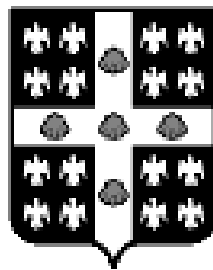




# Épreuve finale Cahier de solutions



*Concours  
Opti-math 2016*



UNIVERSITÉ  
LAVAL

*Parrainé par l'Université Laval*

# Comité d'élaboration des épreuves

## *Responsable*

Carl Morin

École secondaire De Rochebelle

# Comité de rédaction

## *Rédaction d'items*

Mélanie Auclair

C. S. des Hauts-Cantons

Claude Boucher

École secondaire Marcellin-Champagnat

Guy Breton

Retraité

Nathalie Demers

École secondaire De Rochebelle

Ghislain Desmeules

Retraité

Martin Duchesne

École secondaire de Mortagne

Éric Lapointe

Pavillon Wilbrod-Dufour

Mathilde Loiselle Davidson

C.S. du Lac Témiscamingue

William Morin

Cégep Beauce Appalaches

Marc Plourde

Pavillon Wilbrod-Dufour

## *Sélection d'items*

Martin Duchesne

École secondaire de Mortagne

## *Révision et correction*

Claude Boucher

École secondaire Marcellin-Champagnat

Guy Breton

Retraité

Nathalie Demers

École secondaire De Rochebelle

Ghislain Desmeules

Retraité

Martin Duchesne

École secondaire De Mortagne

Éric Lapointe

Pavillon Wilbrod-Dufour

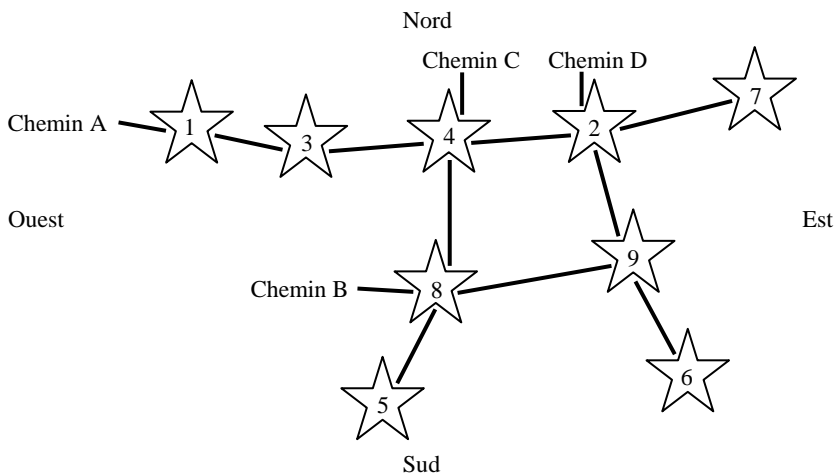
Daniel Ouellet

Polyvalente Le Mistral

## Situation 1

## Les constellations

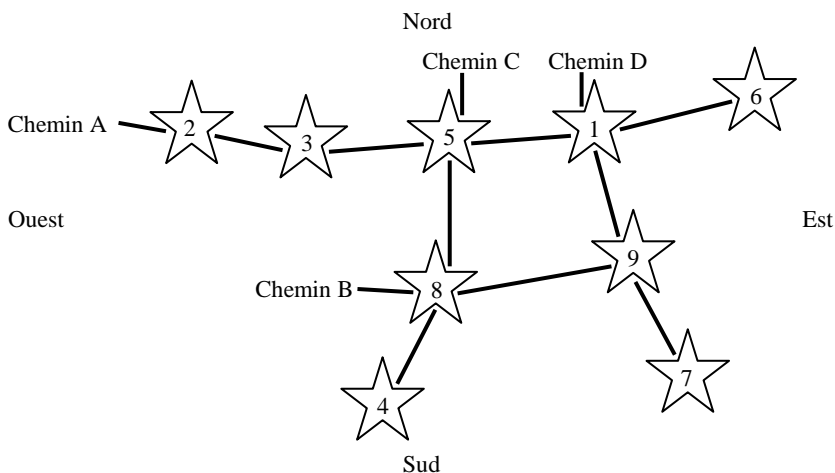
**Réponse :** Plusieurs réponses sont possibles. Voici quelques exemples :



Avec une somme de 17 par chemin.

Dans le chemin A, les nombres 1, 3 et 7 sont interchangeables.

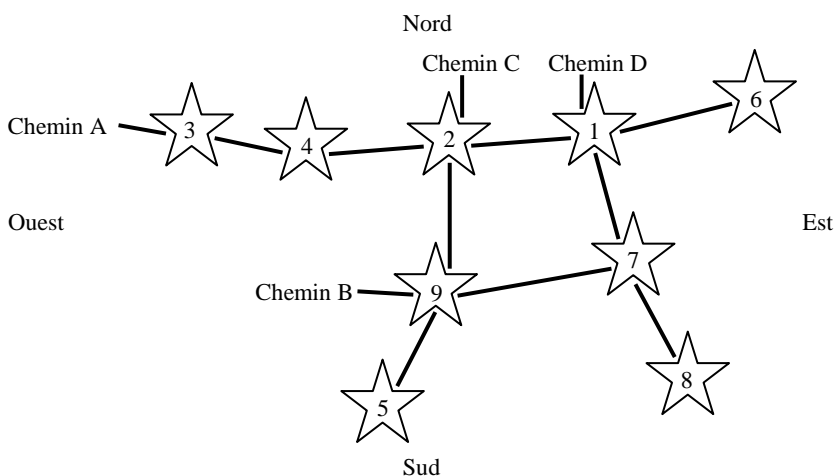
Les chemins C et D sont interchangeables.



Avec une somme de 17 par chemin.

Dans le chemin A, les nombres 2, 3 et 6 sont interchangeables.

Les chemins C et D sont interchangeables.



Avec une somme de 16 par chemin.

Dans le chemin A, les nombres 3, 4 et 6 sont interchangeables.

Les chemins C et D sont interchangeables.

**Barème :** Accorder 10 points pour une bonne réponse.

## Situation 2

## Petite maligne

Plusieurs solutions sont possibles. Voici un exemple :

Étape	Écrire la phrase (6 s)	Sélectionner tout le texte (2 s)	Sélectionner une partie du texte (5 s)	Copier le texte (1 s)	Coller le texte (1 s)	Nombre total de répétitions de la phrase		Total du temps écoulé (en s)	
			Nb de phrases sélectionnées						
1	X					+1	1	+6	6
2		X					1	+2	8
3				X			1	+1	9
4					X	+1	2	+1	10
5		X					2	+2	12
6				X			2	+1	13
7					X	+2	4	+1	14
8					X	+2	6	+1	15
9					X	+2	8	+1	16
10					X	+2	10	+1	17
11		X					10	+2	19
12				X			10	+1	20
13					X	+10	20	+1	21
14					X	+10	30	+1	22
15					X	+10	40	+1	23
16					X	+10	50	+1	24
17					X	+10	60	+1	25
18					X	+10	70	+1	26
19					X	+10	80	+1	27
20					X	+10	90	+1	28
21					X	+10	100	+1	29
22					X	+10	110	+1	30
23					X	+10	120	+1	31
24					X	+10	130	+1	32

**Réponse :** Au minimum, Élise peut faire ce travail en 32 secondes.

**Barème :** Accorder 10 points pour une bonne réponse et une démarche acceptable.

Accorder 8 points pour avoir trouvé une façon de faire 130 répétitions de la phrase en 33 s, 34 s ou 35 s, avec une démarche acceptable.

Accorder 6 points pour avoir trouvé une façon de faire 130 répétitions de la phrase en 36 s, 37 s, 38 s, 39 s ou 40 s, avec une démarche acceptable.

Accorder 5 points pour avoir trouvé une façon de faire 130 répétitions de la phrase en 41 s ou plus, avec une démarche acceptable.

Accorder 4 points pour avoir trouvé une façon de faire 130 répétitions de la phrase, mais avec une erreur mineure.

## Situation 2

## Petite maligne (suite)

Voici deux autres solutions pour arriver à 32 secondes.

Étape	Écrire la phrase (6 s)	Sélectionner tout le texte (2 s)	Sélectionner une partie du texte (5 s)	Copier le texte (1 s)	Coller le texte (1 s)	Nombre total de répétitions de la phrase		Total du temps écoulé (en s)	
			Nb de phrases sélectionnées						
1	X					+1	1	+6	6
2		X					1	+2	8
3				X			1	+1	9
4					X	+1	2	+1	10
5					X	+1	3	+1	11
6					X	+1	4	+1	12
7					X	+1	5	+1	13
8					X	+1	6	+1	14
9					X	+1	7	+1	15
10					X	+1	8	+1	16
11					X	+1	9	+1	17
12					X	+1	10	+1	18
13					X	+1	11	+1	19
14					X	+1	12	+1	20
15					X	+1	13	+1	21
16		X					13	+2	23
17				X			13	+1	24
18					X	+13	26	+1	25
19					X	+13	39	+1	26
20					X	+13	52	+1	27
21					X	+13	65	+1	28
22		X					65	+2	30
23				X			65	+1	31
24					X	+65	130	+1	32

**Situation 2**

***Petite maligne (suite)***

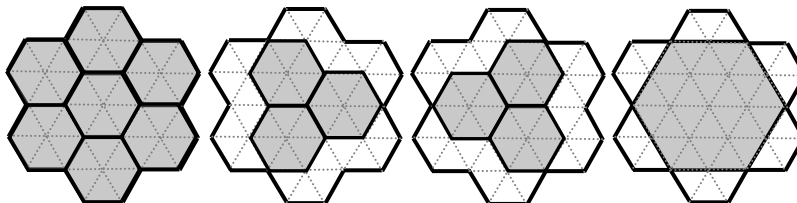
Étape	Écrire la phrase (6 s)	Sélectionner tout le texte (2 s)	Sélectionner une partie du texte (5 s)	Copier le texte (1 s)	Coller le texte (1 s)	Nombre total de répétitions de la phrase		Total du temps écoulé (en s)	
			Nb de phrases sélectionnées						
1	X					+1	1	+6	6
2		X					1	+2	8
3				X			1	+1	9
4					X	+1	2	+1	10
5					X	+1	3	+1	11
6					X	+1	4	+1	12
7					X	+1	5	+1	13
8		X					5	+2	15
9				X			5	+1	16
10					X	+5	10	+1	17
11					X	+5	15	+1	18
12					X	+5	20	+1	19
13					X	+5	25	+1	20
14					X	+5	30	+1	21
15					X	+5	35	+1	22
16					X	+5	40	+1	23
17					X	+5	45	+1	24
18					X	+5	50	+1	25
19					X	+5	55	+1	26
20					X	+5	60	+1	27
21					X	+5	65	+1	28
22		X					65	+2	30
23				X			65	+1	31
24					X	+65	130	+1	32

### Situation 3

### La reine des hexagones

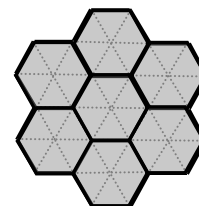
a) Seulement 2 grosseurs d'hexagones réguliers se retrouvent dans cette figure.

Il y a 13 petits hexagones réguliers et 1 plus grand.

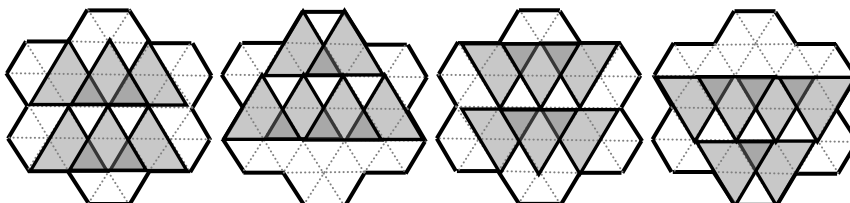


**Réponse :** On compte 14 hexagones réguliers dans cette figure.

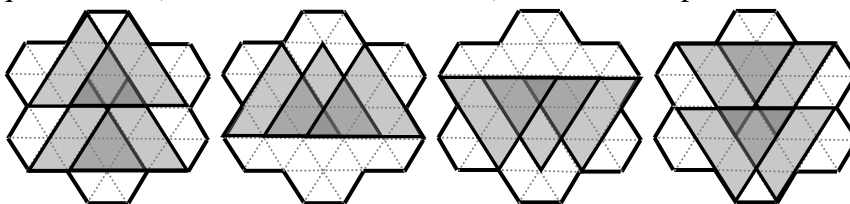
b) La figure est constituée de 7 hexagones réguliers, donc 42 petits triangles équilatéraux (mesure du côté : 1 unité).



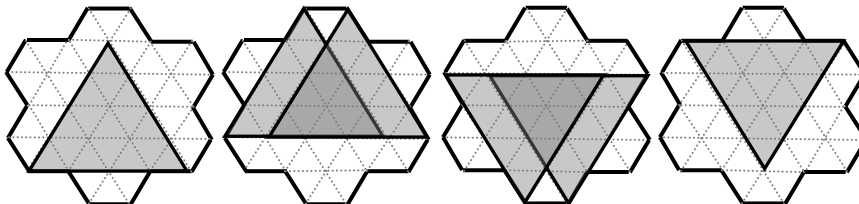
Il existe des triangles équilatéraux (mesure du côté : 2 unités) formés de 4 petits triangles. Il y en a 24.



Il existe des triangles équilatéraux (mesure du côté : 3 unités) formés de 9 petits triangles. Il y en a 14.



Il existe des triangles équilatéraux (mesure du côté : 4 unités) formés de 16 petits triangles. Il y en a 6.



**Réponse :** On compte 86 triangles équilatéraux dans cette figure.

$$(42 + 24 + 14 + 6 = 86)$$

**Barème :** a) Accorder 4 points pour une bonne réponse.

b) Accorder 6 points pour une bonne réponse.

Accorder 2 points pour avoir trouvé 64 triangles équilatéraux. (L'élève a oublié les triangles inversés.)

**Situation 4*****Collations et animaux***

---

---

On construit un tableau en tenant compte du nom de la personne, du sexe, de la collation et de l'animal. On y note les informations par le numéro de l'énoncé.

Nom	Sexe	Collation	Animal
Alexandre	M	Muffin	
Brittany	F	Pomme	
Claudia	F		Perruche
Douglas	M	Banane	Hamster
Eugénie	F		Chat

Puisque l'énoncé 4 informe qu'un garçon mange une banane, il faut que ce soit Douglas car Alexandre partage son muffin avec son animal.

Puisque Claudia est accompagnée de sa perruche, il faut donc que ce soit Brittany qui soit accompagnée d'un lapin! Il est inutile de placer la chocolatine, car cette donnée n'est pas essentielle. On sait par contre que c'est Claudia ou Eugénie.

**Réponse :** Brittany est accompagnée de son lapin.

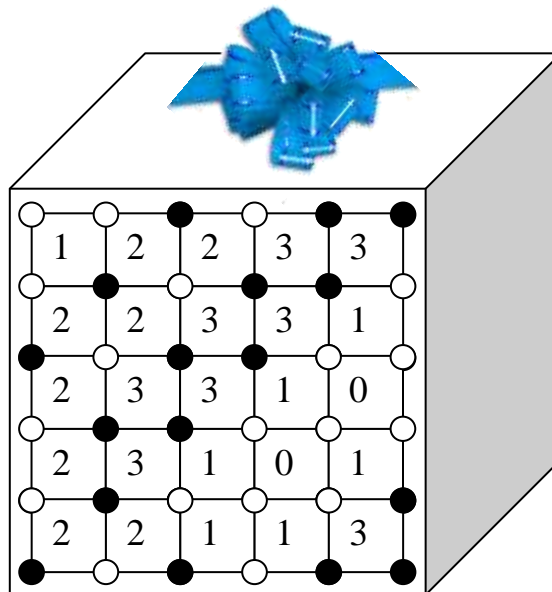
**Barème :** Accorder 10 points pour une bonne réponse dont le raisonnement est étoffé.  
Accorder 5 points pour une bonne réponse dont le raisonnement n'est pas étoffé.



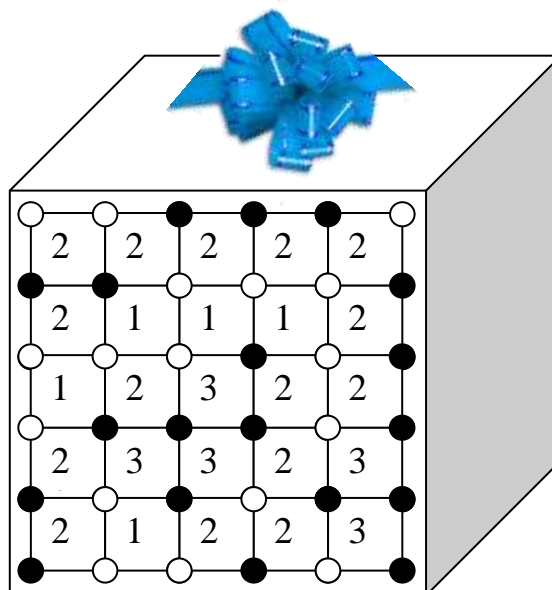
Situation 5

*Un cadeau bien mérité*

a) **Réponse** : Le code qui permettra d'ouvrir la boîte est :



b) **Réponse** : Le nouveau code qui permettra d'ouvrir cette seconde boîte est :



**Barème** : a) Accorder 5 points pour une bonne réponse.  
 b) Accorder 5 points pour une bonne réponse.

## Situation 6

## Jeu de dés

a) **Réponse** : Il y a 4 séquences possibles pour atteindre la case *Jouet* qui se situe 3 cases plus loin.

- ✓ Obtenir un 3 en un seul lancer.
- ✓ Obtenir un 2 puis un 1 en deux lancers.
- ✓ Obtenir un 1 puis un 2 en deux lancers.
- ✓ Obtenir un 1 trois fois en trois lancers.

b) On a les probabilités suivantes :

$$P(3) = \frac{1}{6}, \quad P(1, 2) = \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{36}, \quad P(2, 1) = \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{36}, \quad P(1, 1, 1) = \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{216}$$

$$P(\text{atteindre la case } \textit{Jouet} \text{ en un maximum de 3 lancers}) = \frac{1}{6} + \frac{1}{36} + \frac{1}{36} + \frac{1}{216}$$

$$= \frac{36 + 6 + 6 + 1}{216} = \frac{49}{216} \approx 0,227$$

**Réponse** : La probabilité que Julie atteigne la case *Jouet* en un maximum de 3 lancers est de 49/216 ou 0,227.

c) Le tableau ci-contre présente les 36 totaux possibles lors du lancer de deux dés.

Maxime a besoin d'obtenir une somme de 3 ou de 7.

$$P(3) = \frac{2}{36}, \quad P(7) = \frac{6}{36}$$

$$P\left(\begin{array}{l} \text{atteindre une des cases} \\ \textit{Dressage} \text{ en un seul} \\ \text{lancer de dés} \end{array}\right) = \frac{2}{36} + \frac{6}{36}$$

$$= \frac{8}{36} = \frac{2}{9} = 0,2\bar{2}$$

+	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

**Réponse** : La probabilité que Maxime atteigne une des cases *Dressage* en un seul lancer de dés est de 2/9 ou 0,222.

- Barème** :
- a) Accorder 2 points pour une bonne réponse.
  - b) Accorder 4 points pour une bonne réponse et une démarche acceptable.  
Accorder 2 points pour avoir déterminé la probabilité de chacun des résultats possibles.
  - c) Accorder 4 points pour une bonne réponse et une démarche acceptable.  
Accorder 2 points pour avoir déterminé la probabilité de chacun des résultats possibles.

**Situation 7*****Tout un contrat!***

- a) Voici un tableau représentant son salaire annuel pour chacune des années du contrat.

Année	Salaire annuel (M \$)	Calculs
1	4	
2	4,5	$4 \text{ M \$} + 0,5 \text{ M \$} = 4,5 \text{ M \$}$
3	5	$4,5 \text{ M \$} + 0,5 \text{ M \$} = 5 \text{ M \$}$
4	5	$4 \text{ M \$} + 4 \text{ M \$} \times 25 \% = 5 \text{ M \$}$
5	3,75	$5 \text{ M \$} - 5 \text{ M \$} \times 25 \% = 3,75 \text{ M \$}$
6	3,75	
<b>Total</b>	<b>26</b>	

**Réponse :** À la fin de son contrat de 6 ans, Thomas aura reçu en salaire **26 M \$**.

- b) Voici un tableau représentant son salaire annuel pour chacune des années du contrat.

Soit  $x$  : salaire annuel à la 1<sup>re</sup> année du contrat de Max, en M \$

Année	Salaire annuel (M \$)	Calculs
1	$x$	
2	$x + 0,5$	
3	$x + 1$	$x + 0,5 + 0,5 = x + 1$
4	$1,25x$	$x + x \times 25 \% = 1,25x$
5	$0,9375x$	$1,25x - 1,25x \times 25 \% = 0,9375x$
6	$0,9375x$	
<b>Total</b>	$6,125x + 1,5$	

Salaire annuel à la 1<sup>re</sup> année du contrat :  $6,125x + 1,5 = 50,5$

$$6,125x = 49$$

$$x = 8$$

**Réponse :** Le salaire annuel de Max à la 1<sup>re</sup> année de son contrat est de **8 M \$**.

- Barème :** a) Accorder 5 points pour une bonne réponse et une démarche acceptable.  
 Accorder 3 points pour avoir déterminé le salaire annuel de la 5<sup>e</sup> et la 6<sup>e</sup> année.  
 Accorder 2 points pour avoir déterminé le salaire annuel de la 4<sup>e</sup> année.  
 Accorder 1 point pour avoir déterminé le salaire annuel de la 2<sup>e</sup> et la 3<sup>e</sup> année.  
 b) Accorder 5 points pour une bonne réponse et une démarche acceptable.  
 Accorder 3 points pour avoir déterminé l'expression algébrique correspondant à la somme des salaires ( $6,125x + 1,5$ ).  
 Ne pas pénaliser pour une méthode par essai et erreur.

## Situation 8 *Au secours d'un lac*

---

---

- Seuil pour que le Lac Vert soit considéré contaminé :

$$5\,000\,000 \text{ litres d'eau} \times \frac{15 \text{ mg d'azote}}{\text{litre d'eau}} = 75\,000\,000 \text{ mg d'azote} = 75 \text{ kg d'azote}$$

- Quantité d'azote générée annuellement par la production de viande dans le Lac Vert :

$$9 \text{ fermes} \times 40\,000 \text{ kg de viande/ferme} = 360\,000 \text{ kg de viande}$$

$$\frac{1 \text{ kg de viande}}{360\,000 \text{ kg de viande}} = \frac{0,1 \text{ g d'azote}}{x \text{ g d'azote}}$$

$$x = 36\,000 \text{ g d'azote} = 36 \text{ kg d'azote}$$

- Nombre de jours pour que le Lac Vert ne soit plus considéré contaminé :

Comme il s'accumule 36 kg d'azote dans le lac par année et que celui-ci en élimine naturellement 41 kg, le lac perd 5 kg d'azote par année ( $36 - 41 = -5$ ).

Pour ne plus être considéré contaminé, il lui faudra passer de 92 kg à 75 kg d'azote, donc diminuer de 17 kg.

Ainsi, il lui faudra 3,4 années ( $17 \div 5$ ) pour ne plus être considéré contaminé, ou 1241 jours ( $3,4 \times 365$ , sans tenir compte des années bissextiles).

**Réponse :** Si la production de viande près du Lac Vert était la seule source de l'augmentation de la quantité d'azote, il faudrait **1241** jours pour que le lac ne soit plus considéré contaminé.

**Barème :** Accorder 10 points pour une bonne réponse et une démarche acceptable.

Accorder 8 points pour avoir déterminé la quantité d'azote que le lac doit perdre pour ne plus être considéré contaminé (17 kg).

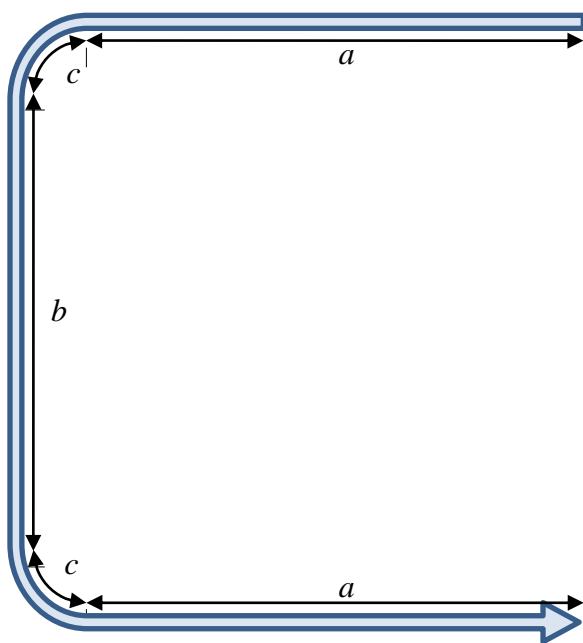
Accorder 6 points pour avoir déterminé le seuil pour que le Lac Vert soit considéré contaminé (75 kg d'azote) et la quantité d'azote générée annuellement par la production de viande dans le Lac Vert (36 kg d'azote).

Accorder 3 points pour avoir déterminé le seuil pour que le Lac Vert soit considéré contaminé (75 kg d'azote) ou la quantité d'azote générée annuellement par la production de viande dans le Lac Vert (36 kg d'azote).

**Le concours prend fin ici pour les élèves de secondaire 1.**

## Situation 9

## Rondelle qui roule n'amasse pas neige



Pour calculer  $a$ , il faut enlever le rayon du cercle à la demi-longueur de la patinoire.

$$\frac{61 \text{ m}}{2} - 3,4 \text{ m} = 27,1 \text{ m}$$

Pour calculer  $b$ , il faut enlever 2 fois le rayon du cercle à la largeur de la patinoire.

$$26 \text{ m} - 2 \times 3,4 \text{ m} = 19,2 \text{ m}$$

Pour calculer  $c$ , il faut calculer un quart de la circonférence du cercle de rayon 3,4 m.

$$c = \frac{2\pi r}{4} = \frac{2\pi \times 3,4 \text{ m}}{4} = 5,3407\dots \text{ m}$$

Distance parcourue par la rondelle :

$$2a + b + 2c = 2(27,1 \text{ m}) + 19,2 \text{ m} + 2(5,3407\dots \text{ m}) = 84,0814\dots \text{ m}$$

Circonférence de la rondelle :  $\pi d = \pi(7,5 \text{ cm}) = 23,5619\dots \text{ cm} = 0,2356\dots \text{ m}$

Le nombre de tours que la rondelle fera est donc de :

$$84,0814\dots \text{ m} \div 0,2356\dots \text{ m} = 356,8526\dots$$

**Réponse** : La rondelle aura fait **356** tours complets.

**Barème** : Accorder 10 points pour une bonne réponse et une démarche acceptable.

Enlever 1 point pour avoir arrondi à 357 tours.

Accorder 8 points pour avoir trouvé la distance parcourue par la rondelle (84,0814... m) et la circonférence de la rondelle (23,5619... cm ou 0,2356... m).

Accorder 6 points pour avoir trouvé la distance parcourue par la rondelle (84,0814... m).

Accorder 2 points pour avoir trouvé la circonférence de la rondelle (23,5619... cm ou 0,2356... m).

## Situation 10

## L'Isle-aux-Coudres

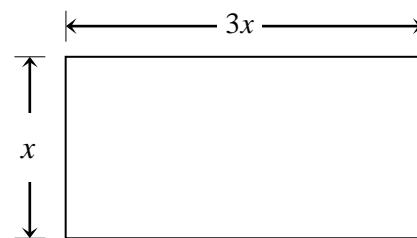
- a) Soit  $x$ , la largeur de l'île, en km, et  $3x$ , sa longueur, en km.

$$\text{Aire} = b \times h$$

$$30 \text{ km}^2 = 3x \times x = 3x^2$$

$$\sqrt{10 \text{ km}^2} = 3,1622... \text{ km} = x$$

$$\text{Périmètre} = 2 \times (x + 3x) = 2 \times 4x = 8x = 8(3,1622... \text{ km}) = 25,2982... \text{ km}$$



**Réponse :** Si on modélisait la forme de l'île par un rectangle et qu'on se basait sur son aire, le périmètre de l'île serait de **25,3** km.

- b) Le circuit est à 100 m du bord de l'eau, ou à 0,1 km.

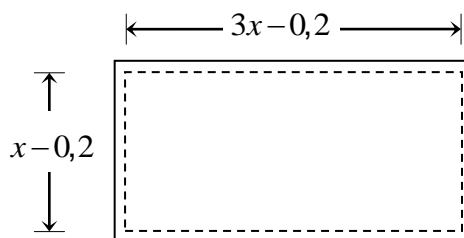
$$\text{Longueur du circuit} = 2 \times (x - 0,2 \text{ km} + 3x - 0,2 \text{ km})$$

$$23,3 \text{ km} = 8x - 0,8 \text{ km}$$

$$24,1 \text{ km} = 8x$$

$$3,0125 \text{ km} = x$$

$$\text{Périmètre} = 2 \times (x + 3x) = 2 \times 4x = 8x = 8(3,0125 \text{ km}) = 24,1 \text{ km}$$



[ — : contour de l'île ]  
[ - - - : circuit ]

**Réponse :** Si on modélisait la forme de l'île par un rectangle et qu'on se basait sur la longueur du circuit, le périmètre de l'île serait de **24,1** km.

- c) Soit  $r_c$ , le rayon du cercle correspondant au circuit, en km :

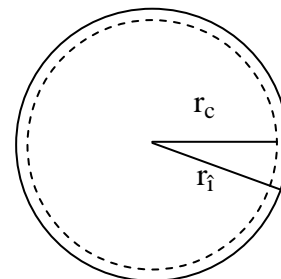
$$\text{Circonférence} = 2\pi r_c$$

$$23,3 \text{ km} = 2\pi r_c$$

$$3,7083... \text{ km} = r_c$$

$$\text{Rayon de l'île} (r_i) : 3,7083... \text{ km} + 0,1 \text{ km} = 3,8083 \text{ km}$$

$$\text{Diamètre de l'île} : 2 \times 3,8083... \text{ km} = 7,6166... \text{ km}$$



**Réponse :** Si on modélisait la forme de l'île par un cercle et qu'on se basait sur la longueur du circuit, le diamètre de l'île serait de **7,6** km.

- Barème :**
- a) Accorder 3 points pour une bonne réponse et une démarche acceptable.  
Accorder 1 point pour avoir déterminé la largeur de l'île (3,1622... km).
  - b) Accorder 4 points pour une bonne réponse et une démarche acceptable.  
Accorder 2 points pour une mauvaise réponse due à une erreur mineure mais avec une démarche acceptable.
  - c) Accorder 3 points pour une bonne réponse et une démarche acceptable.  
Accorder 2 points pour avoir déterminé le diamètre de l'île sans avoir ajouté le 100 m.

**Le concours prend fin ici pour les élèves de secondaire 2.**

**Situation 11****Les bols de cuisine**

- a) Le volume du bol nécessaire à la recette correspond à la moitié de celui d'une sphère de 10 cm de rayon.

Volume de la demi-sphère :  $V = \left( \frac{4\pi \times r^3}{3} \right) \div 2$   
(Grand bol)

$$= \frac{4\pi \times (10 \text{ cm})^3}{6} = 666,6\bar{6}\pi \text{ cm}^3 = 2094,3951\dots \text{ cm}^3$$

Volume de la calotte sphérique :  $V = \frac{\pi h^3}{6} + \frac{\pi h s^2}{2}$   
(Petit bol)

$$= \frac{\pi \times (3 \text{ cm})^3}{6} + \frac{\pi \times 3 \text{ cm} \times (6 \text{ cm})^2}{2} = 58,5\pi \text{ cm}^3$$

$$= 183,7831\dots \text{ cm}^3$$

Le nombre de fois que le volume de la calotte sphérique est contenu dans celui du grand bol correspond à :  $2094,3951\dots \text{ cm}^3 \div 183,7831\dots \text{ cm}^3 = 11,3960\dots$

**Réponse :** Le volume du bol dont Alyssa dispose est contenu **11,4** fois dans celui du bol nécessaire à la réalisation de la recette.

- b) Il faut résoudre l'équation :  $V_{\text{calotte sphérique}} = \frac{\pi}{3} \times h^2 \times (3r - h)$

$$58,5\pi \text{ cm}^3 = \frac{\pi}{3} \times (3 \text{ cm})^2 \times (3r - 3)$$

$$\frac{58,5\pi \text{ cm}^3}{3\pi \text{ cm}^2} = 3r - 3$$

$$19,5 \text{ cm} = 3r - 3$$

$$7,5 \text{ cm} = r$$

**Réponse :** Le rayon de la sphère dont fait partie le bol d'Alyssa est de **7,5** cm.

- Barème :** a) Accorder 5 points pour une bonne réponse et une démarche acceptable.  
Accorder 3 points pour avoir trouvé le volume du grand bol ( $2094,3951\dots \text{ cm}^3$ ) **et** celui du petit bol ( $183,7831\dots \text{ cm}^3$ ).  
Accorder 1 point pour avoir trouvé le volume du grand bol ( $2094,3951\dots \text{ cm}^3$ ) **ou** celui du petit bol ( $183,7831\dots \text{ cm}^3$ ).  
b) Accorder 5 points pour bonne réponse et une démarche acceptable.  
Accorder 3 points pour une mauvaise réponse due à une erreur mineure mais avec une démarche acceptable.

**Situation 12**

**Les motifs du plancher**

- a) L'aire d'un carré est de  $7\,200\text{ cm}^2$ . Donc on peut déduire la mesure  $c$  du côté du carré :

$$A = c^2 \qquad \qquad \qquad \sqrt{7\,200\text{ cm}^2} = c$$

$$7\,200\text{ cm}^2 = c^2 \qquad \qquad \qquad 84,8528\dots\text{ cm} = c$$

On peut ensuite trouver la mesure de la diagonale  $D$  du carré (qui est égale à la mesure de la grande diagonale du losange de même qu'à la hauteur  $h$  du rectangle) avec la relation de Pythagore :

$$D^2 = (84,8528\dots\text{ cm})^2 + (84,8528\dots\text{ cm})^2 = 14\,400\text{ cm}^2$$

$$D = \sqrt{14\,400\text{ cm}^2} = 120\text{ cm}$$

Le périmètre du losange est de 260 cm. Chacun de ses côtés mesure donc 65 cm. Les diagonales du losange sont perpendiculaires et se coupent en leur milieu. On peut donc utiliser la relation de Pythagore pour déduire la mesure de la petite diagonale  $d$ .

$$(65\text{ cm})^2 = \left(\frac{120\text{ cm}}{2}\right)^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2$$

$$4\,225\text{ cm}^2 = 3\,600\text{ cm}^2 + \frac{d^2}{4}$$

$$625\text{ cm}^2 = \frac{d^2}{4} \qquad \qquad \qquad \sqrt{2500\text{ cm}^2} = d$$

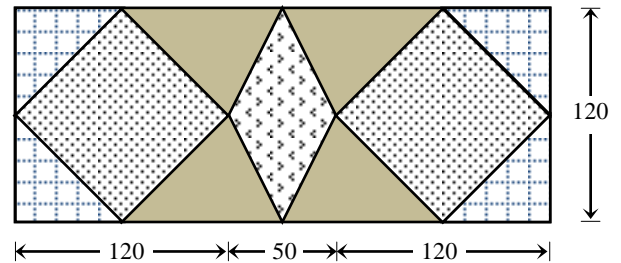
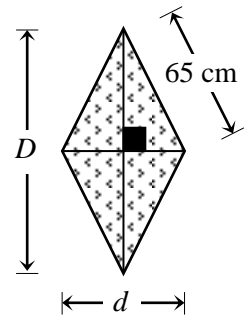
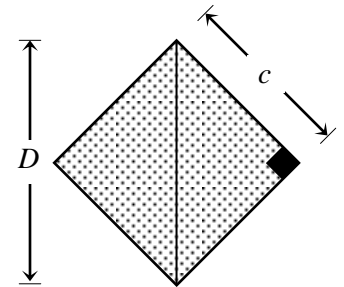
$$2500\text{ cm}^2 = d^2 \qquad \qquad \qquad 50\text{ cm} = d$$

Les diagonales du carré sont isométriques. La base  $b$  du rectangle correspond donc à deux fois la diagonale du carré plus la petite diagonale du losange, soit :

$$2 \times 120\text{ cm} + 50\text{ cm} = 290\text{ cm}.$$

Ainsi, l'aire du rectangle est :

$$A = b \times h = 290\text{ cm} \times 120\text{ cm} = 34\,800\text{ cm}^2$$

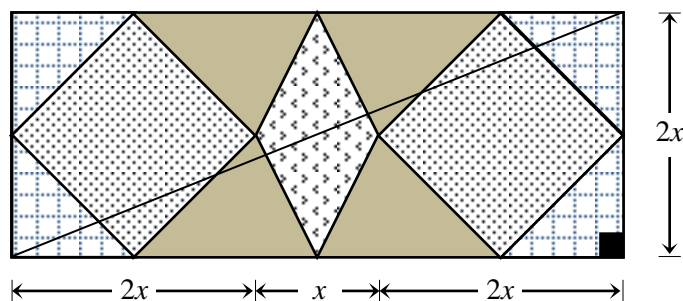


**Réponse :** L'aire du rectangle représentant cette section de plancher est de **34 800 cm<sup>2</sup>**.



**Situation 12****Les motifs du plancher (suite)**

- b) Soit  $x$  la mesure de la petite diagonale du losange, en cm. La mesure, en cm, de la grande diagonale du losange est alors  $2x$ , de même que les diagonales du carré. Ainsi, la base du rectangle est :  $2x + x + 2x = 5x$ , et sa hauteur,  $2x$ .



Avec la relation de Pythagore, on peut poser l'équation suivante.

$$(406 \text{ cm})^2 = (5x)^2 + (2x)^2$$

$$164\,836 \text{ cm}^2 = 25x^2 + 4x^2$$

$$164\,836 \text{ cm}^2 = 29x^2$$

$$5\,684 \text{ cm}^2 = x^2$$

$$\sqrt{5\,684 \text{ cm}^2} = x$$

$$75,3923\dots \text{ cm} = x$$

Le périmètre  $p$  du rectangle est alors :  $p = 2 \times (5x + 2x) = 2 \times 7x = 14x$

$$p = 14 \times 75,3923\dots \text{ cm} = 1055,4923\dots \text{ cm}$$

**Réponse :** Le périmètre du rectangle représentant cette section de plancher est de **1055,5** cm.

- Barème :** a) Accorder 6 points pour une bonne réponse et une démarche acceptable.  
 Accorder 2 points pour avoir trouvé la mesure de la diagonale du carré. (120 cm)  
 Accorder 3 points pour avoir trouvé la mesure de la petite diagonale du losange. (50 cm)  
 b) Accorder 4 points pour une bonne réponse et une démarche acceptable.  
 Accorder 2 points pour avoir posé l'équation à résoudre.