

Sommets, 2^e secondaire

Chapitre 8 L'homothétie et les figures semblables

Page 283

Défi

Non, il faut quadrupler le nombre de tuiles nécessaires.

Page 284

Rappel

1. a) $\angle G$ b) \overline{BC} c) \overline{EH} d) $\angle D$

Page 285

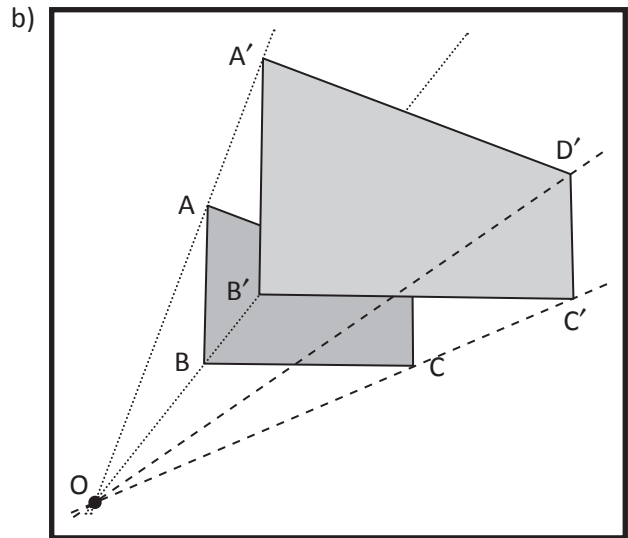
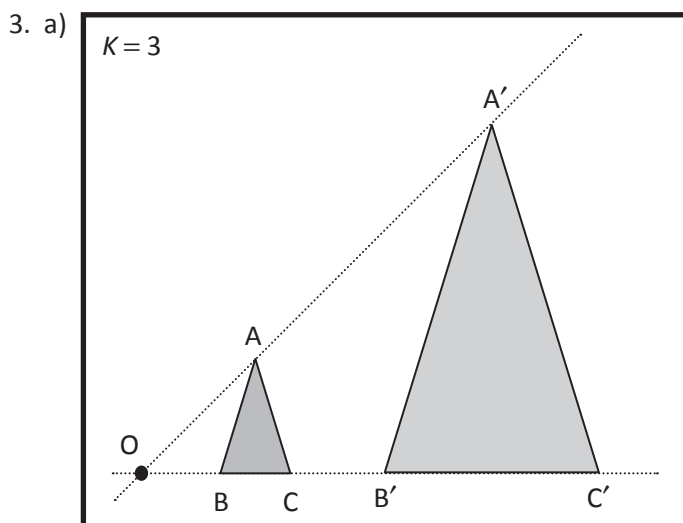
2. a) Angles homologues : $\angle N$ et $\angle K$, $\angle M$ et $\angle J$, $\angle L$ et $\angle I$
Côtés homologues : \overline{MN} et \overline{JK} , \overline{LM} et \overline{IJ} , \overline{LN} et \overline{IK}
- b) Angles homologues : $\angle A$ et $\angle A'$, $\angle B$ et $\angle B'$, $\angle C$ et $\angle C'$, $\angle D$ et $\angle D'$
Côtés homologues : \overline{AB} et $\overline{A'B'}$, \overline{BC} et $\overline{B'C'}$, \overline{CD} et $\overline{C'D'}$, \overline{AD} et $\overline{A'D'}$
- c) Angles homologues : $\angle O$ et $\angle T$, $\angle P$ et $\angle U$, $\angle Q$ et $\angle V$, $\angle R$ et $\angle W$, $\angle S$ et $\angle X$
Côtés homologues : \overline{OP} et \overline{TU} , \overline{PQ} et \overline{UV} , \overline{QR} et \overline{VW} , \overline{RS} et \overline{WX} , \overline{OS} et \overline{TX}

3. a) 132 b) 11 c) 65
d) 45 e) 1 450 f) 954

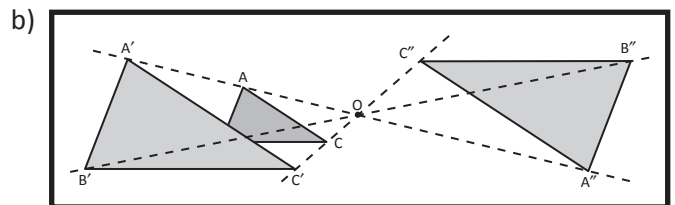
Page 287

1. a) $\frac{1}{2}$ (ou 0,5) b) 3 c) $\frac{3}{4}$ (ou 0,75) d) 4
2. a) Image réduite b) Image agrandie
c) Image agrandie d) Image réduite
e) Image agrandie f) Image réduite

Page 288

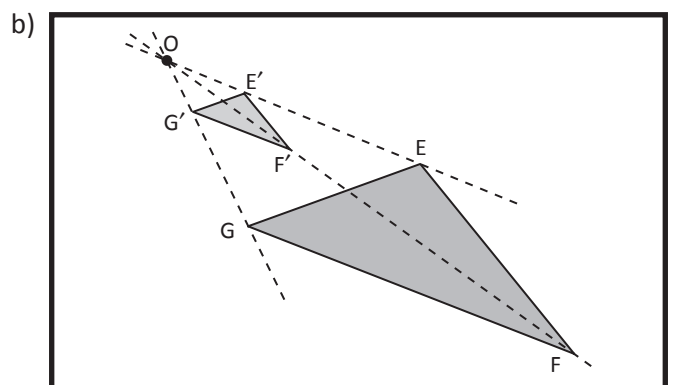
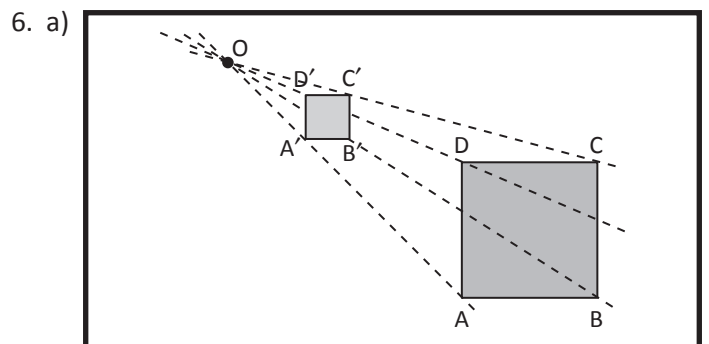


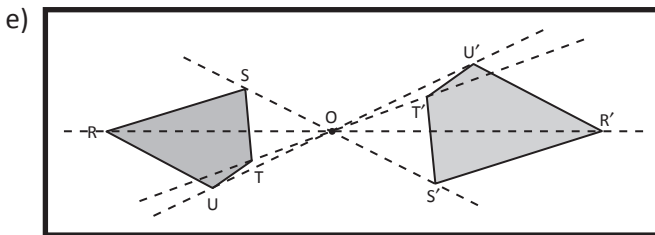
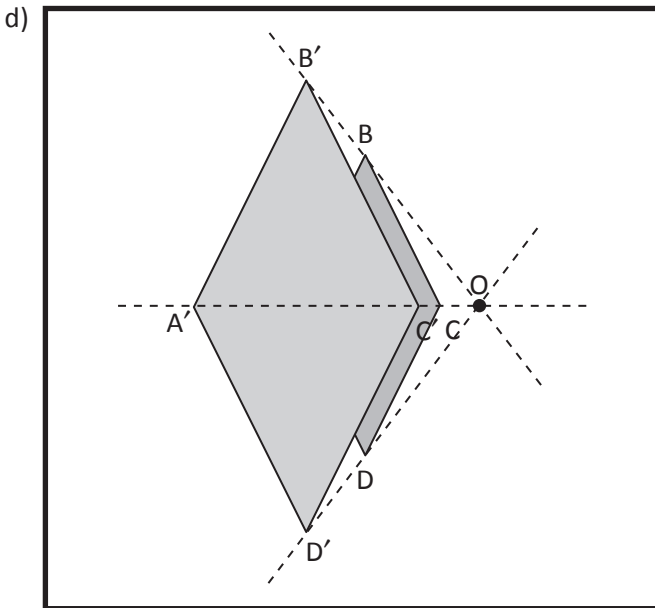
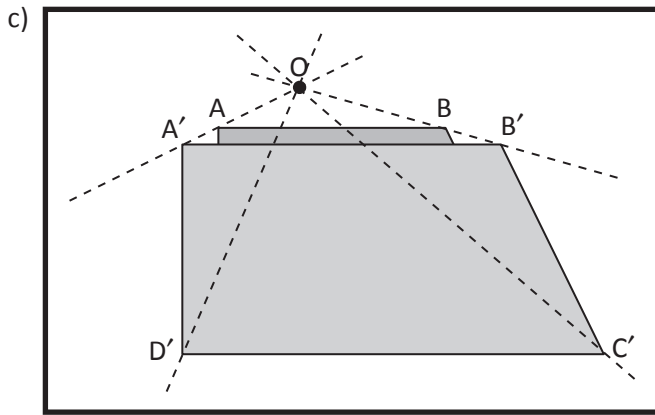
4. a) et



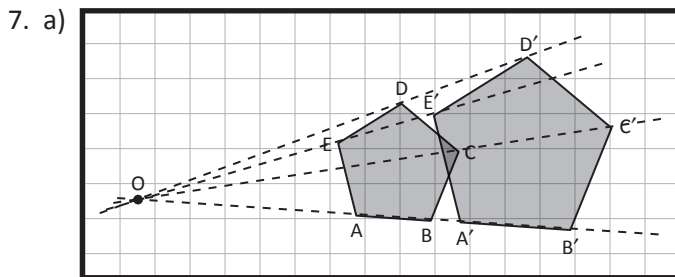
5. a) Vrai b) Faux
c) Faux d) Vrai

Page 289

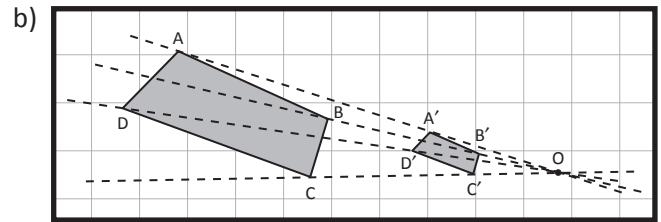




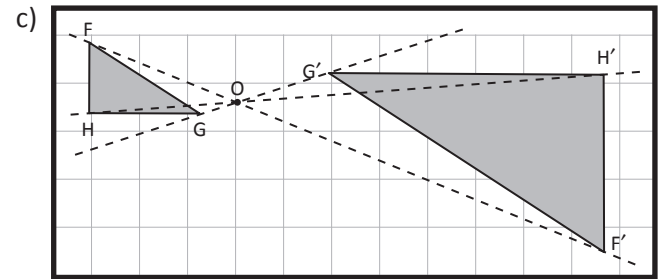
Page 290



1,475

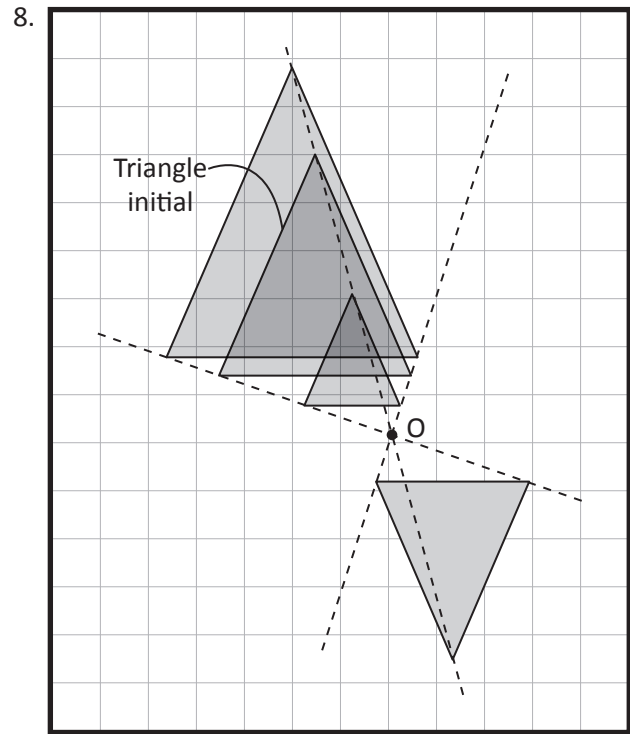


$\frac{1}{3}$



-2,5

Page 291



Défi

9. Les coordonnées des sommets de la figure initiale sont A (1, 5), B (4, 5), C (4, 5, 1) et D (1, 5, 1).

Page 292

8.2 Les figures semblables

1. $\frac{2}{3}$ ou $\frac{3}{2}$

Page 293

1. a) $k = \frac{m \overline{A'B'}}{m \overline{AB}} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$ (ou 3)
 b) $k = \frac{m \overline{G'H'}}{m \overline{GH}} = \frac{80}{32} = 2,5$ (ou 0,4)

Page 294

2. a) Les figures ne sont pas semblables, car les angles homologues ne sont pas isométriques.

b) $k = \frac{m \overline{IL}}{m \overline{EH}} = \frac{m \overline{IJ}}{m \overline{EF}} = \frac{m \overline{KL}}{m \overline{GH}}$
 $k = \frac{17,5}{7} = \frac{32,5}{13} = \frac{50}{20} = 2,5$

Les figures sont semblables, car leurs angles homologues sont isométriques et les côtés homologues sont proportionnels.

c) Les figures ne sont pas semblables, car les côtés homologues ne sont pas proportionnels.

$$\frac{32}{14} \neq \frac{28}{10}$$

$$\frac{8}{7} \neq \frac{14}{5}$$

3. a) Vrai b) Faux
 c) Vrai d) Vrai

Page 295

4. a) 3,4 cm b) 1,57 dm

5.

Rapport de similitude k	Côtés homologues (m)			
	$m \overline{A'B'}$	$m \overline{B'C'}$	$m \overline{C'D'}$	$m \overline{A'D'}$
a) $k = 3,3$	$15 \cdot 3,3 = 49,5$	$18,97 \cdot 3,3 = 62,613$	$21 \cdot 3,3 = 69,3$	$18 \cdot 3,3 = 59,4$
b) $k = \frac{3}{4}$	$15 \cdot \frac{3}{4} = 11,25$	$18,97 \cdot \frac{3}{4} \approx 14,23$	$21 \cdot \frac{3}{4} = 15,75$	$18 \cdot \frac{3}{4} = 13,5$
c) $k = \frac{11}{5}$	$15 \cdot \frac{11}{5} = 33$	$18,97 \cdot \frac{11}{5} = 41,74$	$21 \cdot \frac{11}{5} = 41,74$	$18 \cdot \frac{11}{5} = 39,6$

Page 296

6. 26 cm
 7. $k = 3,234$
 8. 149,1 cm

Page 297

9. Le triangle ACB est semblable au triangle DEB et le rapport de similitude est de 3 (ou $\frac{1}{3}$).

Défi

10. $(2x + 4)$ cm

Page 299

1. a) Rapport des périmètres : $\frac{3}{2}$ Rapport des aires : $\frac{9}{4}$
 b) Rapport des périmètres : $\frac{5}{4}$ Rapport des aires : $\frac{25}{16}$
 c) Rapport des périmètres : $\frac{1}{2}$ Rapport des aires : $\frac{1}{4}$
2. a) 25 b) 8 c) $\frac{1}{3}$ d) 1,96

Page 300

3. Le rapport des périmètres est de 4 et celui des aires est de 16.
 4. La surface de la photo agrandie est 25 fois plus grande.
 5. $\frac{1}{250}$

Page 301

1. Rapport des aires :
 $k = \frac{2}{8} = \frac{1}{4} \rightarrow k^2 = \frac{1}{16}$
 Aire de la figure 2 :
 $\frac{A_2}{A_1} = k^2 \rightarrow A_2 = A_1 \cdot k^2$
 $A_2 = 80 \cdot \frac{1}{16}$
 $A_2 = 5 \text{ cm}^2$

Page 302

2. $k = 1,3$ $m \overline{A'B'} = 6,5 \text{ m}$
 $k^2 = 1,69$ $m \overline{OF} = 3,44 \text{ m}$

Exercice +

3. a) $k = \frac{2}{5}$ $m \overline{DF} = 42,5 \text{ cm}$
 $k^2 = \frac{4}{25}$ $m \overline{AB} = 8 \text{ cm}$
 b) $k = \frac{2}{3}$ $A_1 = 216 \text{ cm}^2$
 $k^2 = \frac{4}{9}$ $m \overline{F'G'} = 10 \text{ cm}$
 c) $k = \frac{3}{4}$ $P_1 = 6 \text{ cm}$
 $k^2 = \frac{5}{16}$ $m \overline{EF} = 1,125 \text{ cm}$
 d) $k = \frac{5}{4}$ $m \overline{FG} = 55 \text{ cm}$
 $k^2 = \frac{25}{16}$ $m \overline{GH} = 38,89 \text{ cm}$

Page 303

4. 48 dm²
 5. 4,5 mm
 6. 76,2 cm

Page 304

7. 1 090,13 cm

Défi

8. $k = 6$ $k^2 = 36$

Page 305

Exercices + supplémentaires

Questions à réponses courtes

Section 8.1

1. a) Image agrandie b) Image réduite
 c) Image réduite d) Image agrandie
 e) Image réduite f) Image agrandie

Section 8.2

2.

Rapport de similitude k	Côtés homologues (cm)		
	$m \overline{A'B'}$	$m \overline{A'C'}$	$m \overline{B'C'}$
a) $k = \frac{3}{4}$	6,83	7,5	12,75
b) $k = 2$	18,2	20	34
c) $k = 3,4$	30,94	34	57,8
d) $k = \frac{21}{5}$	38,22	42	71,4
e) $k = \frac{2}{3}$	6,07	6,67	11,33

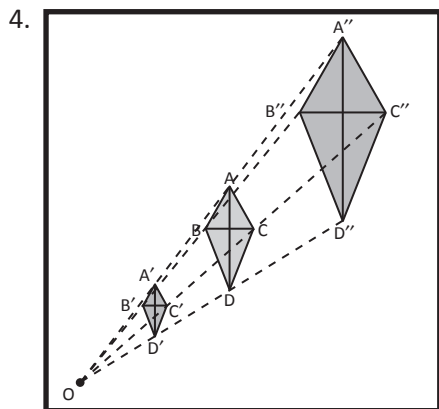
Section 8.3

3. a) $P_1 = 60,8$ cm, $P_2 = 15,2$ cm,
 $k = \frac{1}{4}$ $m \overline{A'B'} = 3,8$ cm
 $k^2 = \frac{1}{16}$ $m \overline{AB} = 15,2$ cm
- b) $A_1 \approx 12,57$ cm², $A_2 \approx 113,10$ cm²,
 $k = 3$ $m \overline{OG} = 2$ cm
 $k^2 = 9$ $m \overline{O'G'} = 6$ cm

Page 306

Questions à développement

Section 8.1



Section 8.2

5. $k = 3,375$

Section 8.3

6. $d_1 = 120$ cm, $d_2 = 36$ cm.
 7. 4,08 km

Page 307

Retour sur le chapitre 8

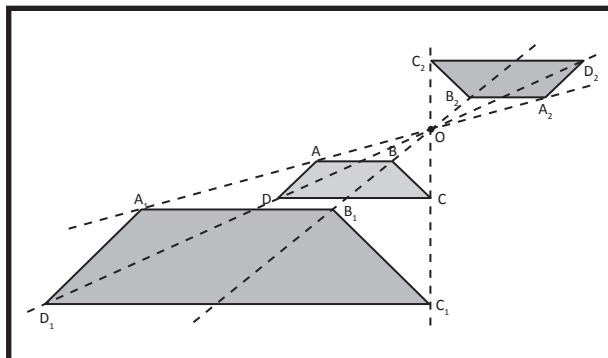
Questions à choix multiples

1. b)
 2. b)
 3. c)
 4. a)
 5. c)
 6. a)

Page 308

Questions à réponses courtes

7. a) et
 b)



8. a) Vrai.
 b) Vrai.
 c) Faux. Le rapport de leurs aires est égal au carré du rapport de leurs périmètres.
 d) Faux. Un rapport supérieur à 1 ou inférieur à $\frac{1}{-1}$ indique un agrandissement.
9. a) Image agrandie b) Image agrandie
 c) Image réduite d) Image agrandie
 e) Image réduite f) Image réduite

Page 309

10. a), c),

On vérifie d'abord si les angles homologues des triangles sont isométriques.
 On peut éliminer les triangles 2 et 4, car les angles homologues ne sont pas isométriques.
 On vérifie ensuite si les côtés homologues sont proportionnels.

$$\text{Triangle 1 : } \frac{m \overline{A'B'}}{m \overline{AB}} = \frac{m \overline{B'C'}}{m \overline{BC}} = \frac{m \overline{A'C'}}{m \overline{AC}} = \frac{54}{5} = \frac{43,2}{4} = \frac{32,4}{3} = 10,8$$

Oui, les côtés sont proportionnels.

Donc, le triangle 1 est semblable au triangle ACB.

$$\text{Triangle 3 : } \frac{m \overline{A'B'}}{m \overline{AB}} = \frac{m \overline{B'C'}}{m \overline{BC}} = \frac{m \overline{A'C'}}{m \overline{AC}} = \frac{4,5}{5} = \frac{3,6}{4} = \frac{2,7}{3} = 0,9$$

Oui, les côtés sont proportionnels.

Donc, le triangle 3 est semblable au triangle ACB.

11. a) 3

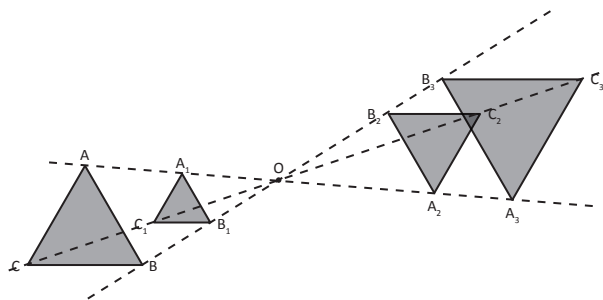
b) 18 dm

$$k^2 = \frac{432}{48} = 9 \quad k^2 = 6,25 \quad \frac{45}{x} = 2,5$$

$$k = 3 \quad k = 2,5 \quad x = 18 \text{ dm}$$

Page 310

12. a)



b) $k_1 = \frac{1}{2}, \quad k_2 = -\frac{4}{5}, \quad k_3 = -\frac{6}{5}$

13. Le pentagone image est situé du côté opposé au pentagone initial par rapport au centre d'homothétie. Les côtés du pentagone image sont 2,5 fois plus grands que ceux du pentagone initial. Son aire est 6,25 fois plus grande que celle du pentagone initial.

Page 311

Questions à développement

14. 32,5 cm

15. Les photos ne sont pas semblables, car les dimensions ne sont pas proportionnelles.

16. Les figures ne sont pas semblables, car les côtés homologues ne sont pas proportionnels.

Page 312

17. 13,1 mm

18. 3,75 cm

19. Oui, car leurs diagonales sont proportionnelles.

Page 313

20. 80 m sur 60 m

21. 4,16 m

Page 314

Situation d'application

Rapports de similitude :

Rectangles : $k^2 = 1,44 \rightarrow k = 1,2$

Losanges : $k^2 = 2,25 \rightarrow k = 1,5$

Longueur de fil nécessaire :

$$90 + 75 + 60 + 40 = 265 \text{ cm ou } 2,65 \text{ m}$$

Calculs des périmètres :

Rectangles :

$$P_{\text{grand}} = 2 \cdot (33 + 12) \quad 1,2 = \frac{P_{\text{grand}}}{P_{\text{petit}}}$$

$$= 90 \text{ cm}$$

$$1,2 = \frac{90}{P_{\text{petit}}}$$

$$P_{\text{petit}} = \frac{90}{1,2}$$

$$= 75 \text{ cm}$$

Losanges :

$$P_{\text{grand}} = 4 \cdot 15$$

$$= 60 \text{ cm}$$

$$1,5 = \frac{P_{\text{grand}}}{P_{\text{petit}}}$$

$$1,5 = \frac{60}{P_{\text{petit}}}$$

$$P_{\text{petit}} = \frac{60}{1,5}$$

$$= 40 \text{ cm}$$

Réponse : Rose a assez de fil de métal pour réaliser son projet.