

Nom : CORRIGÉ

Groupe : \_\_\_\_\_

DEV. p 8 et 9

## CHAPITRE 8

# L'homothétie et les figures semblables

Sommets p.283 à 314

P10#3  
P11  
P13#8 P16et+

### 1 Figures semblables

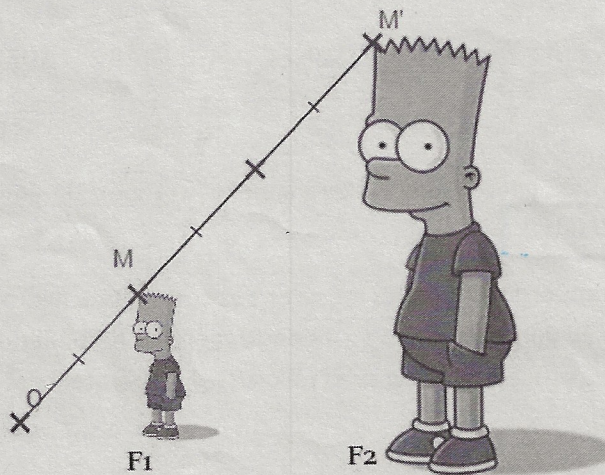
Deux figures sont semblables si l'une est un agrandissement, une réduction ou une reproduction exacte de la figure initiale.

#### Propriétés

1. Les angles homologues sont isométriques.
2. Les mesures des côtés homologues sont proportionnelles.

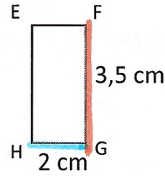
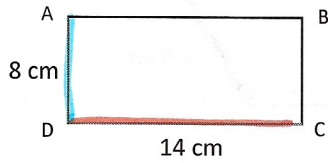
Les côtés homologues sont les côtés qui se correspondent entre 2 figures, soit le plus petit côté de la 1<sup>re</sup> figure avec le plus petit côté de la 2<sup>e</sup> figure, ...

Les angles homologues sont les angles qui se correspondent entre les 2 figures.



### Exemple 2

Les rectangles suivants sont-ils semblables ?



Les angles homologues sont isométriques car ils mesurent tous  $90^\circ$ .

$$\left. \begin{aligned} \frac{m \overline{AD}}{m \overline{GH}} &= \frac{8}{2} \\ \frac{m \overline{DC}}{m \overline{GF}} &= \frac{14}{3,5} \end{aligned} \right\} k = 4$$

Les mesures des côtés homologues sont proportionnelles. (car le rapport est le même)

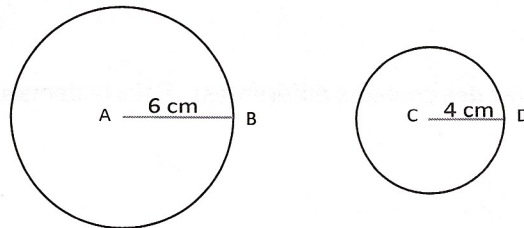
Les rectangles ABCD et HEFG sont donc semblables.

$$ABCD \sim HEFG$$

Attention : Il faut se fier aux mesures de côtés et d'angles qui sont écrites ! Le dessin n'est souvent qu'une esquisse.

Note : Tous les cercles sont semblables et tous les polygones réguliers sont semblables.

### Exemple 3

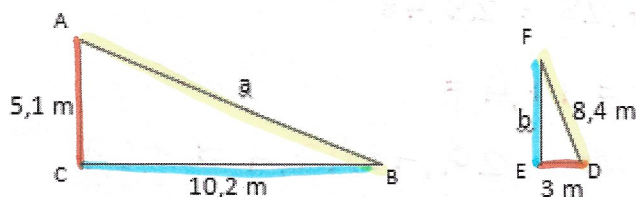


Le rapport de similitude est :

$$k = \frac{m \overline{CD}}{m \overline{AB}} = \frac{4 \text{ cm}}{6 \text{ cm}} = \frac{2}{3} \quad (\text{ou } 0,\overline{6})$$

## Exemple 2

Les 2 triangles ci-dessous sont semblables. Quelles sont les mesures des côtés  $\overline{AB}$  et  $\overline{EF}$  ?



Démarche complète pour trouver a.

$$\frac{m\overline{AB}}{m\overline{DF}} = \frac{m\overline{AC}}{m\overline{DE}}$$

$$\frac{a}{8,4} = \frac{5,1}{3}$$

$$a \times 3 = 8,4 \times 5,1$$

$$a = 8,4 \times 5,1 \div 3 = 14,28 \text{ m}$$

Démarche complète pour trouver b.

$$\frac{m\overline{AC}}{m\overline{DE}} = \frac{m\overline{BC}}{b}$$

$$\frac{5,1}{3} = \frac{10,2}{b}$$

$$3 \times 10,2 = 5,1 b$$

$$\frac{30,6}{5,1} = \frac{5,1 b}{5,1}$$

$$6 \text{ m} = b$$

Trouve le rapport de similitude

$$\frac{m\overline{AB}}{m\overline{DF}} = \frac{m\overline{AC}}{m\overline{DE}} = \frac{m\overline{CB}}{m\overline{EF}}$$

$$\frac{14,28}{8,4} = \frac{5,1}{3} = \frac{10,2}{6}$$

$$1,7 = 1,7 = 1,7$$

### Exemple 1

La distance entre le sommet du Mont Orford et le chalet est de 60 cm sur une carte géographique dont l'échelle est 3 : 7000. Quelle est la distance réelle, en km, entre ces deux emplacements ?

$$\frac{3 \text{ cm}}{7000 \text{ cm}} = \frac{60 \text{ cm}}{n}$$

Mesures réelles toujours  
au dénominateur

$$3 \times n = 7000 \times 60$$

$$n = 7000 \times 60 \div 3 = 140\,000 \text{ cm} = 1,4 \text{ km}$$

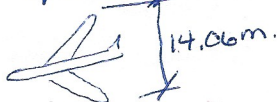
Réponse : 1,4 km.

### Exemple 2

On a construit un avion miniature. On sait que 8 cm sur l'avion miniature correspond à 4,5 mètres sur l'avion grandeur réelle. Si l'envergure des ailes de l'avion miniature est de 25 cm, quelle est l'envergure des ailes de l'avion, en mètres?

$$\frac{8 \text{ cm}}{4,5 \text{ m}} = \frac{25 \text{ cm}}{?}$$

$$25 \times 4,5 \div 8 = 14,06 \text{ m}$$



### Exemple 3

Une maison de poupée est une reproduction d'une maison selon l'échelle 3 : 200. Si la largeur de la maison réelle mesure 15 mètres, quelle est la largeur de la maison de poupée en cm?

$$\begin{array}{l} \text{Plan} \\ \text{Réel} \end{array} \frac{3}{200} = \frac{?}{15 \text{ m}}$$

$$3 \times 15 \div 200 = 0,225 \text{ m}$$

donc 22,5 cm

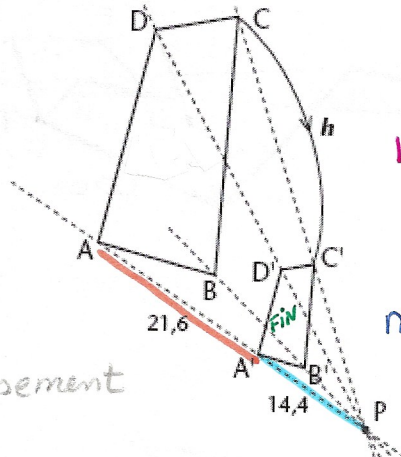
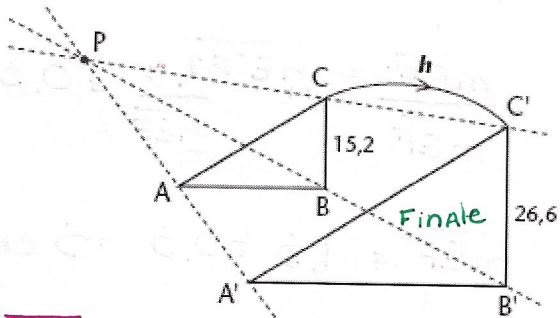
# EXEMPLES EN CLASSE

## 1. Rapports d'homothéties

Dans chaque cas, détermine le rapport de l'homothétie de centre P. *Utilise le symbolisme approprié pour les calculs.*

a) 1,75

b) 0,4 réduction



$$K = \frac{m\overline{C'B'}}{m\overline{CB}} = \frac{26,6}{15,2} = 1,75 \quad \text{agrandissement}$$

$$K = \frac{m\overline{PA'}}{m\overline{PA}} = \frac{14,4}{36} = 0,4$$

$$m\overline{PA} = 14,4 + 21,6 = 36$$

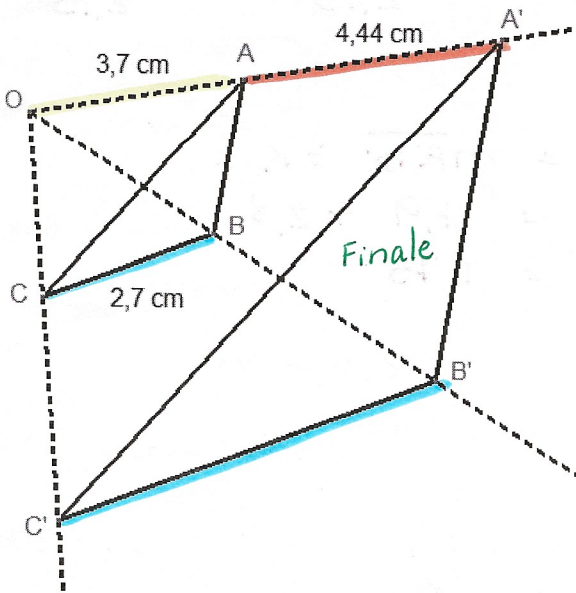
On ne mesurera pas ici car des mesures sont inscrites et on remarque que ces mesures ne sont pas réelles.

## 2. À la recherche de la mesure manquante

Trouve la donnée manquante dans les homothéties suivantes.

a)  $m\overline{B'C'} = \underline{5,94 \text{ cm}}$

Démarche



$$K = \frac{m\overline{OA'}}{m\overline{OA}} = \frac{3,7 + 4,44}{3,7} = \frac{8,14}{3,7} = 2,2$$

agrandissement

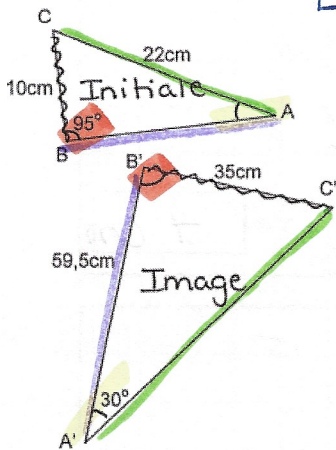
$$m\overline{C'B'} = m\overline{CB} \times K$$

$$m\overline{C'B'} = 2,7 \times 2,2$$

$$m\overline{C'B'} = 5,94 \quad \leftarrow \text{normal que ce soit plus grand}$$

# EXERCICES

1. Trouve les mesures des côtés AB et A'C' de même que la mesure de l'angle C'. Trouve aussi le rapport de similitude.



La somme des m des  $\angle$  intérieurs d'un  $\Delta = 180^\circ$

$$95 + 30 = 125^\circ$$

$$180 - 125 = 55^\circ$$

$m\angle C' = m\angle C = 55^\circ$   
les angles homologues sont isométriques.

$$k = \frac{m\overline{B'C'}}{m\overline{BC}} = \frac{35}{10} = 3,5$$

$$\frac{m\overline{A'B'}}{m\overline{AB}} = \frac{59,5}{m\overline{AB}} = 3,5$$

$$m\overline{AB} = 59,5 \div 3,5$$

$$m\overline{AB} = 17 \text{ cm}$$

$$\frac{m\overline{A'C'}}{m\overline{AC}} = \frac{m\overline{A'C'}}{22} = 3,5$$

$$m\overline{A'C'} = 22 \times 3,5$$

$$m\overline{A'C'} = 77 \text{ cm}$$

2. Les figures ci-dessous sont semblables. Trouve toutes les mesures manquantes (côtés et angles) de même que le rapport de similitude.

$180 - 100 - 30 = 50^\circ$  pour  $m\angle C$

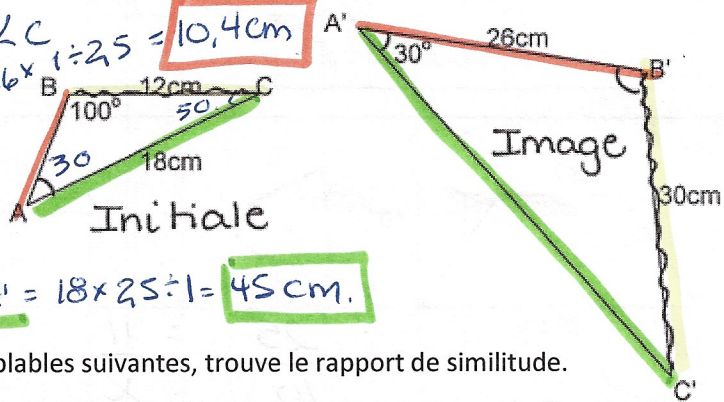
$$\frac{m\overline{A'B'}}{m\overline{AB}} = \frac{26}{m\overline{AB}} = \frac{2,5}{1}$$

$$\frac{m\overline{B'C'}}{m\overline{BC}} = \frac{30}{12} = 2,5$$

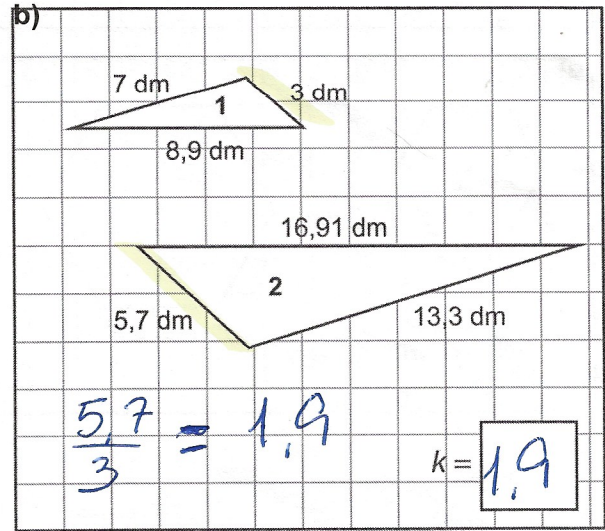
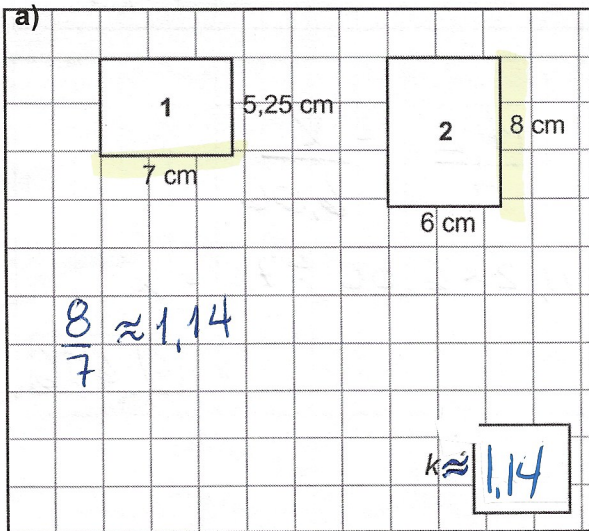
$$\frac{m\overline{C'A'}}{m\overline{CA}} = \frac{m\overline{C'A'}}{18} = \frac{2,5}{1}$$

$$m\overline{AB} = 26 \times 1 \div 2,5 = 10,4 \text{ cm}$$

$$m\overline{C'A'} = 18 \times 2,5 \div 1 = 45 \text{ cm}$$



3. Pour chacune des paires de figures semblables suivantes, trouve le rapport de similitude. La figure image est la figure 2.



4. Les paires de figures suivantes sont semblables. Dans chaque cas, trouve la mesure manquante.

P.11

5. Complète le tableau suivant.

Mesures de segments homologues appartenant à des figures semblables	Rapport des périmètres	Rapport des aires
a) $m \overline{AB} = 12 \text{ cm}$ $m \overline{A'B'} = 16 \text{ cm}$	$\frac{16}{12} = \frac{4}{3}$ ou $1,3$	$\frac{16}{9}$ ou $1,7$
b) $m \overline{CD} = 115 \text{ cm}$ $m \overline{C'D'} = 75 \text{ cm}$	$\frac{75}{115} \approx 0,65$	$\approx 0,43$
c) $m \overline{GH} = 15 \text{ cm}$ $m \overline{G'H'} = 18 \text{ cm}$	$\frac{18}{15} = 1,2$	1,44

6. Myriam reproduit le dessin ci-dessous sur un chandail. Chaque arête formant les pointes de l'étoile mesure alors 18 cm.

Quelle est la mesure du rayon du cercle reproduit sur le chandail ?

Plan

66 mm

$d = 198 \text{ mm}$

Plan =  $\frac{66 \text{ mm}}{18 \text{ cm}} = \frac{198 \text{ mm}}{X}$

$d_R = 18 \times 198 \div 66 = 54 \text{ cm}$

rayon chandail =  $54 \div 2 = 27 \text{ cm}$

Réponse : 27 cm.

7. Isabelle emballe un paquet de bonbons à l'aide d'une pellicule de plastique de forme rectangulaire de 15 cm sur 30 cm. Elle doit ensuite emballer un paquet semblable, qui nécessite 4 fois moins de pellicule de plastique.

↳ surface  $K^2 = 4$  donc  $K = 2$

Quelles sont les dimensions de la pellicule de plastique nécessaire ?

15 × 30 devient 7,5 × 15

15 30

7,5 15

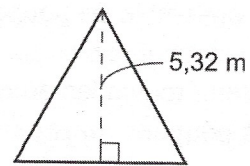
Preuve  $A = b \cdot h$   
 $= 15 \times 30$   
 $= 450 \text{ cm}^2$

$A = b' \cdot h'$   
 $= 7,5 \times 15$   
 $= 112,5 \text{ cm}^2$

Réponse:

et  $450 \div 4 = 112,5$  "

10. L'aire du triangle équilatéral ci-contre est de  $16,34 \text{ m}^2$ . L'aire d'un triangle équilatéral semblable à celui-ci est de  $36,765 \text{ m}^2$ .



Quel est le périmètre du plus grand triangle ?

Plusieurs façons de trouver la réponse

$$\frac{A_2}{A_1} = \frac{36,765}{16,34} = 2,25 = k^2$$

$$k = \sqrt{2,25} = 1,5$$

$$A_{\Delta_1} = \frac{b_1 \cdot h_1}{2}$$

$$2 \times 16,34 = \frac{b_1 \cdot 5,32}{2} \quad \times 2$$

$$32,68 = b_1 \cdot 5,32$$

Réponse:

$$b_1 \approx 6,14 \text{ m}$$

$$b_2 \approx 6,14 \times k$$

$$\approx 6,14 \cdot 1,5$$

$$b_2 \approx 9,21$$

$\Delta$  équilatéral donc

$$P \approx 3 \times 9,21$$

$$P \approx 27,63 \text{ m}$$

11. Sachant que le triangle ABC est semblable au triangle AED, trouve la mesure du segment AD.

$$\frac{m\overline{AD}}{m\overline{AC}} = \frac{m\overline{AE}}{m\overline{AB}}$$

$$\frac{x}{x+3,5} = \frac{37}{37+3,7}$$

$$40,7x = 37(x+3,5)$$

Réponse:

$$40,7x = 37x + 129,5$$

$$- 37x \quad - 37x$$

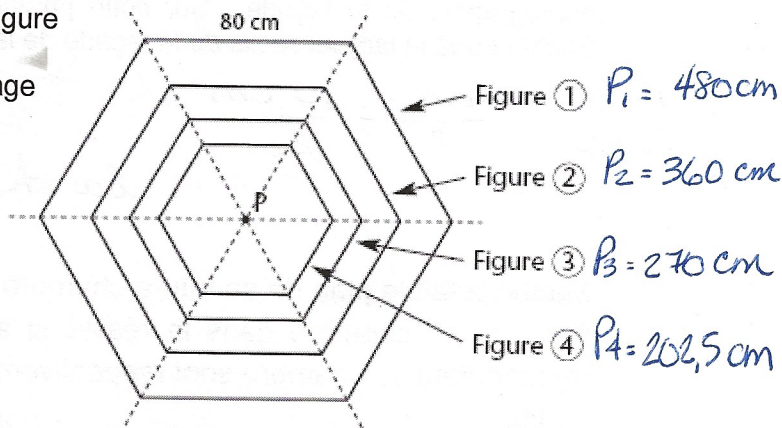
$$3,7x = 129,5$$

$$x = 35$$

$$m\overline{AD} = 35 \text{ m}$$



14. Dans l'illustration ci-contre montrant des hexagones réguliers concentriques, la figure ④ est l'image de la figure ③, la figure ③ est l'image de la figure ② et la figure ② est l'image de la figure ①, chacune par une homothétie de centre P et de rapport 0,75. Quel est le périmètre de la figure ④ ?



Démarche obligatoire.

$$\frac{P_4}{P_3} = 0,75$$

$$\frac{P_3}{P_2} = 0,75$$

$$\frac{P_2}{P_1} = 0,75$$

$$P_1 = 80 \times 6 = 480$$

$$P_2 = 480 \times 0,75 = 360 \text{ cm}$$

$$P_3 = 360 \times 0,75 = 270 \text{ cm}$$

$$P_4 = 270 \times 0,75 = 202,5 \text{ cm}$$

15. L'échelle d'un plan d'un camion est de 1 : 52.

- a. Quelle est la largeur réelle du camion si elle est de 8 cm sur le plan? 416 cm ou 4,16 m

$$\begin{array}{l} \text{PLAN} \\ \text{REEL} \end{array} \frac{1}{52} = \frac{8 \text{ cm}}{x} \quad x = 8 \cdot 52 = 416 \text{ cm}$$

- b. Quelle est sa longueur sur le plan si elle est de 10,4 m en réalité? 20 cm

$$\begin{array}{l} \text{PLAN} \\ \text{REEL} \end{array} \frac{1}{52} = \frac{x}{10,4 \text{ m}} \quad 10,4 \times 1 \div 52 = 0,2 \text{ m} \text{ ou } 20 \text{ cm}$$

16. Le voilier *Bluenose* mesurait 43,6 m de long. On en fait une reproduction miniature selon l'échelle 1 : 90. Quelle sera la longueur du voilier sur la reproduction?

$$\begin{array}{l} \text{Plan} \\ \text{REEL} \end{array} \frac{1}{90} = \frac{x}{43,6 \text{ m}} \quad x = 43,6 \div 90 \approx 0,48 \text{ m} \text{ ou } 48 \text{ cm}$$

17. Sur un plan, une armoire rectangulaire a une hauteur de 21,2 cm. La hauteur réelle de l'armoire est de 190,8 cm.

- c. Donne l'échelle du plan sous la forme d'un rapport.

$$\begin{array}{l} \text{Plan} \\ \text{Réel} \end{array} \frac{21,2}{190,8} = \frac{1}{?} \quad \begin{array}{l} ? = 1 \times 190,8 / 21,2 \\ ? = 9 \end{array}$$

$$\boxed{1 : 9}$$

- b. Si l'aire de la porte d'armoire sur le plan est de 50 cm<sup>2</sup>, quelle est l'aire réelle de la porte?

$$k = 9$$

$$k^2 = 81$$

$$A_{\text{réelle}} = 50 \times k^2$$

$$= 50 \times 81$$

$$= 4050 \text{ cm}^2$$

$$\text{ou } 40,5 \text{ m}^2 \text{ ou } 0,41 \text{ m}^2$$

22. Le rapport de similitude entre deux pentagones réguliers est de  $\frac{3}{4}$ . Le petit pentagone est à l'intérieur du grand pentagone. Quelle est l'aire entre le grand et le petit pentagone si l'a

23. Théophile a photocopié un trapèze dont la hauteur était de 6 cm. Sur la photocopie, la hauteur du trapèze mesure 8,4 cm.



a) Quel pourcentage Théophile a-t-il inscrit sur la photocopieuse avant de faire la photocopie ?

$$\frac{\text{image}}{\text{initiale}} = \frac{8}{6} = \frac{x}{100}$$

$$x = 133,3\% \text{ ou } \frac{4}{3}$$

b) Quelle est la mesure de chacun des côtés du trapèze reproduit si ceux du trapèze original mesurent respectivement 4 cm, 6 cm, 10 cm et 20 cm ?

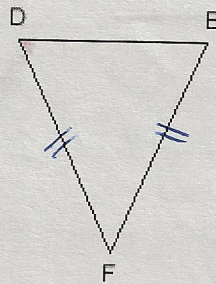
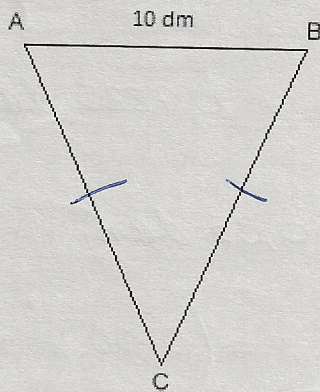
initial	4	6	10	20
image	$\frac{16}{3} = 5,3$	8	$\frac{40}{3} = 13,3$	$\frac{20}{3} = 6,6$

$\times \frac{4}{3}$

$$k = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$

**DÉFI!!!**

Les deux triangles semblables suivants sont isocèles (en C et en F). Sachant que le rapport de leurs côtés est  $\frac{5}{3}$ , détermine la mesure du côté AC.



Périmètre du triangle DEF est 24 dm.

$$\frac{P_G}{P_P} = k$$

$$\frac{P_G}{24} = \frac{5}{3}$$

$$P_G = 5 \times 8 = 40$$

$$m \overline{AC} = m \overline{BC} = \frac{40 - 10}{2} = \frac{30}{2} = 15 \text{ dm}$$