

24. Le rapport des aires de deux rectangles est de 5,76.  $= K^2$   $K = \sqrt{5,76} = 2,4$   
 Quelle expression algébrique représente le périmètre du second rectangle ?

$2a \cdot K =$   
 $2a \cdot 2,4 = 4,8a$   
 $(a-3b) \cdot 2,4 = 2,4a - 7,2b$   
 $P = (4,8a + 2,4a - 7,2b) \cdot 2$   
 $= (7,2a - 7,2b) \cdot 2$   
 Réponse:  $14,4a - 14,4b$

25. Les figures ci-dessous sont semblables. Trouve le périmètre de chacune des figures.

$P_1 = 0,02x + 0,04x - 0,28 + 1 = (0,06x + 0,72) \text{ dam}$   
 $K = \frac{85}{100} = 0,85$   
 $y = (4x - 28) \cdot 0,85 = (3,4x - 23,8) \text{ dm}$   
 $P_2 = 72,25 + 85 + 3,4x - 23,8$   
 Réponse:  $(133,45 + 3,4x) \text{ dm}$

*Il ya plusieurs façons de procéder.*

18. Pour réaliser un décor, Luce doit reproduire la façade (grandeur **réelle**) d'une maison. Elle prend une photographie de la façade. Sur cette photo, la façade mesure 4 cm de haut et 10 cm de large. Sachant que la largeur réelle de la façade de la maison est de 12 mètres, détermine la hauteur réelle.

$$\begin{array}{l} \text{Plan} \\ \text{Réelle} \end{array} \quad \frac{4 \text{ cm}}{?} = \frac{10 \text{ cm}}{12 \text{ m}} \quad ? = 12 \times 4 \div 10$$

la hauteur réelle est **4,8 m**

19. Marthe a fait le plan de sa future chambre de forme rectangulaire. Elle veut savoir quelle sera l'aire de sa chambre dans la réalité si sur le plan, la longueur et la largeur du rectangle représentant sa chambre sont respectivement de 10 cm et 7 cm et que le rapport utilisé est de 1 : 80.

$$\begin{array}{l} \text{Plan} \\ \text{réel} \end{array} \quad \frac{1}{80} \quad k = 80 \quad k^2 = 6400 \quad A_{\text{plan}} = b \cdot h = 10 \cdot 7 = 70 \text{ cm}^2$$

$$\begin{aligned} A_{\text{réelle}} &= 70 \times 6400 \\ &= 448\,000 \text{ cm}^2 \\ &= 44,8 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

Réponse : L'aire de sa future chambre sera de **44,8 m<sup>2</sup>**.

20. Sur une carte, la distance entre les stations de métro Beaubien et Sauvé est de 2,8 cm. L'échelle utilisée est de 1 : 150 000. Quelle est la distance réelle entre la station de métro Beaubien et la station de métro Sauvé?

$$\begin{array}{l} \text{Plan} \\ \text{Réelle} \end{array} \quad \frac{1}{150\,000} = \frac{2,8 \text{ cm}}{x}$$

$$\begin{aligned} x &= 150\,000 \times 2,8 \\ &= 420\,000 \text{ cm} \quad \text{ou } \mathbf{4,2 \text{ km}} \end{aligned}$$

21. Thomas veut acheter un iPad Air, mais sa mère voudrait lui acheter un iPad Mini. Sa mère lui dit que s'il trouve la bonne réponse à la question suivante, elle lui achètera le iPad qu'il désire. Elle lui dit que le rapport des aires entre le iPad Air et le iPad mini est de  $\frac{36}{25}$ , que l'aire du iPad mini est de 26 940 mm<sup>2</sup> et que la hauteur du iPad Air est de 240 mm. Elle veut qu'il trouve (sans regarder sur internet) la largeur du iPad Air.

$$k^2 = \frac{A_{\text{Air}}}{A_{\text{Mini}}} = \frac{36}{25}$$

$$k = \sqrt{\frac{36}{25}} = \frac{6}{5}$$

$$\begin{aligned} A_{\text{Mini}} &= b h \\ 26\,940 &= b \times 240 \\ 112,25 \text{ mm} &= b_{\text{Mini}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b_{\text{Air}} &= b_{\text{Mini}} \times \frac{6}{5} \\ &= 112,25 \times \frac{6}{5} \\ &= \mathbf{134,7 \text{ mm}} \end{aligned}$$

12. Un ensemble de poupées russes est constitué de plusieurs figurines semblables. Chaque poupée est creuse, sauf la plus petite, et s'emboîte dans une autre de plus grande taille. La plus grosse peut contenir toutes les autres. Voici l'illustration de trois poupées russes :

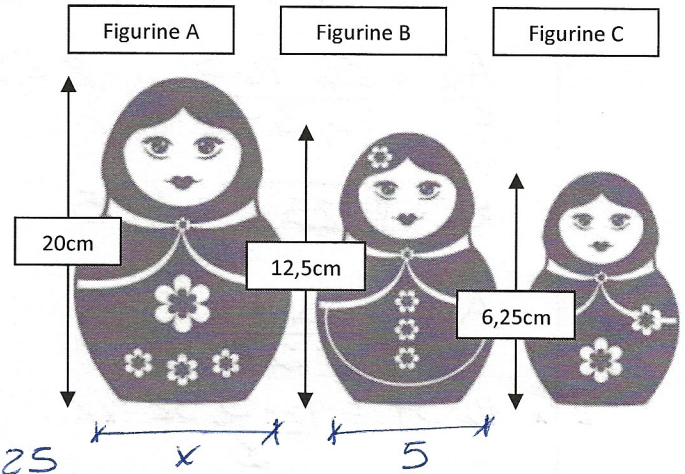
a) Quelle est la largeur de la figurine A si celle de la figurine B est 5cm?

choix ↑

$$\frac{A}{B} = \frac{20}{12,5} = \frac{x}{5}$$

$$x = 5 \times 20 \div 12,5$$

$$x = 8 \text{ cm}$$



b) Quel est le périmètre de la figurine B si celui de la figurine C est de 17cm?

$$\frac{P_B}{17} = \frac{12,5}{6,25}$$

$$P_B = 17 \times 12,5 / 6,25$$

$$P_B = 34 \text{ cm}$$

13. Dans chaque cas, détermine le rapport indiqué.

a) Le rapport de similitude qui associe deux figures semblables est 5,3. Quel est le rapport de leur périmètre?

$$\underline{\underline{5,3}}$$

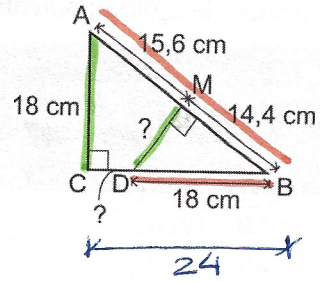
b) Le rapport de similitude qui associe deux figures semblables est 0,9. Quel est le rapport de leur aire?

$$\underline{\underline{0,9^2 = 0,81}}$$

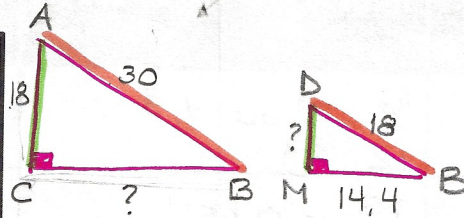
c) Le rapport des périmètres de deux figures semblables est 1,7. Quel est leur rapport de similitude?

$$\underline{\underline{1,17}}$$

8. Les triangles rectangles  $\triangle ACB$  et  $\triangle DMB$  ci-contre sont semblables.  
 Trouve les mesures de  $\overline{DM}$  et de  $\overline{CD}$ .

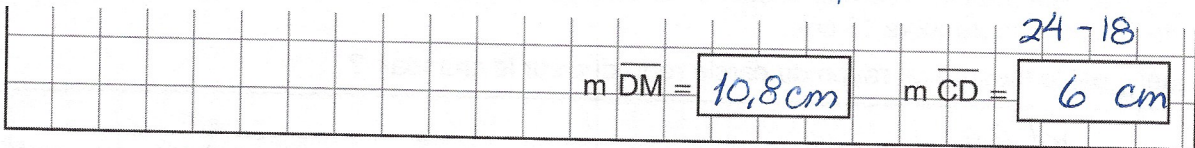


**Astuce**  
 Dessine les deux triangles séparément afin d'identifier plus facilement les éléments homologues.



le rapport des mesures des côtés homologues doit être constant.

$$\frac{\triangle ABC}{\triangle DBM} \quad \frac{30}{18} = \frac{m_{\overline{CB}}}{14,4} \quad 14,4 \times 30 \div 18 = 24 \quad \left| \quad \frac{30}{18} = \frac{18}{m_{\overline{DM}}} \quad 18 \times 18 \div 30 = 10,8 \text{ cm}$$



9. Les paires de figures suivantes sont semblables. Dans chaque cas, trouve le rapport des périmètres à l'aide des informations données.

a)

$A_1 = 48 \text{ cm}^2$        $A_2 = 3 \text{ cm}^2$

$$k^2 = \frac{A_2}{A_1} = \frac{3}{48} = \frac{1}{16} \quad \frac{P_2}{P_1} = \sqrt{\frac{1}{16}} = \frac{1}{4} = k$$

ou encore

$$k^2 = \frac{A_1}{A_2} = \frac{48}{3} = 16 \quad k = \sqrt{16} = 4$$

Rapport des périmètres: 4 ou  $\frac{1}{4}$

b)

$P_1 = 99 \text{ cm}$        $P_2 = 13,2 \text{ dm}$   
 $P_2 = 132 \text{ cm}$

$$k = \frac{P_1}{P_2} = \frac{99}{132} = 0,75 \text{ ou } \frac{3}{4}$$

ou encore

$$k = \frac{P_2}{P_1} = \frac{132}{99} = 1,3 \text{ ou } \frac{4}{3}$$

Rapport des périmètres:    $\frac{3}{4}$  ou  $\frac{4}{3}$

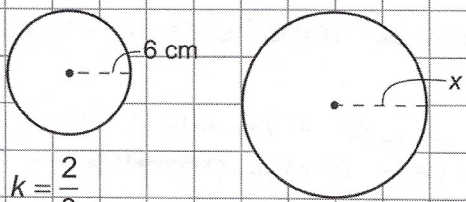
$(0,75 \text{ ou } 1,3)$

$k = \frac{2}{3}$  donc plus petit que 1 alors

$\frac{r_{\text{petit}}}{r_{\text{gros}}}$

Pour ceux qui font  
 $\frac{2}{3} = 0,6$   
 on avait  $6 \div 0,6 = 9$   
 cm

a)



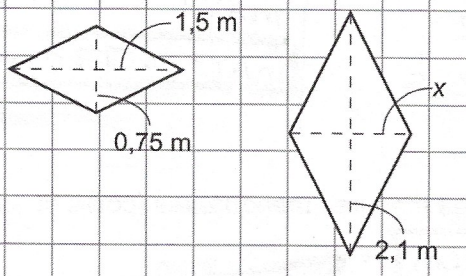
$k = \frac{2}{3}$

$$\frac{6}{x} = \frac{2}{3}$$

$$3 \cdot 6 = 2 \cdot x$$

$$18 = 2x \quad x = 9 \text{ cm}$$

b)



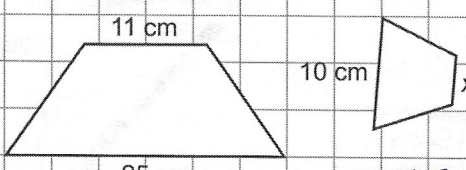
$$\frac{2,1}{1,5} = \frac{x}{0,75}$$

← · 2

· 2

$$x = 1,05 \text{ m}$$

c)



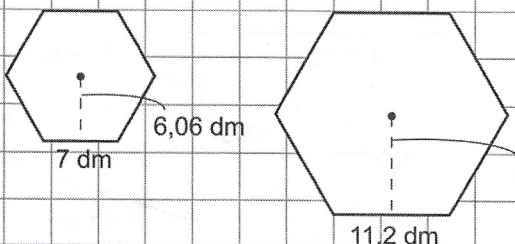
$$\frac{10 \cdot 11}{25} = x$$

$$\frac{25}{10} = \frac{11}{x}$$

$$4,4 = x$$

$$x = 4,4$$

d)



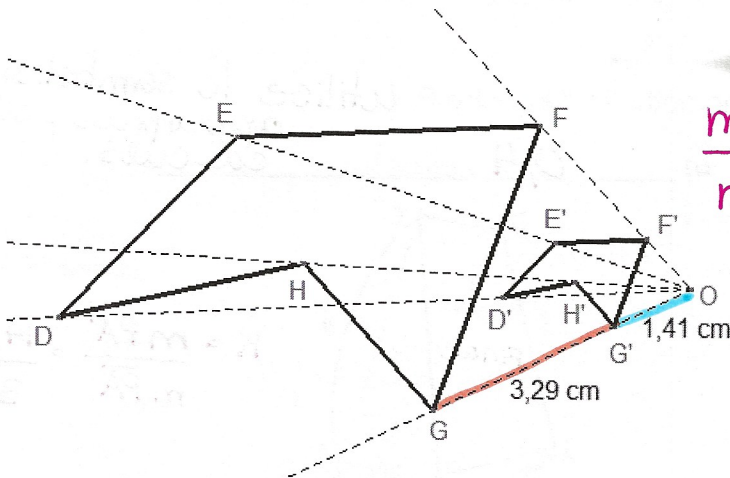
$$\frac{11,2}{7} = \frac{x}{6,06}$$

$$11,2 \times 6,06 \div 7 = x$$

$$x = 9,696$$

b)  $m\overline{E'F'} = 1,5 \text{ cm}$ ,  $m\overline{EF} = \underline{5 \text{ cm}}$

Démarche



$$\frac{m\overline{OG'}}{m\overline{OG}} = \frac{1,41}{(1,41 + 3,29)} = \frac{1,41}{4,7} = 0,3$$

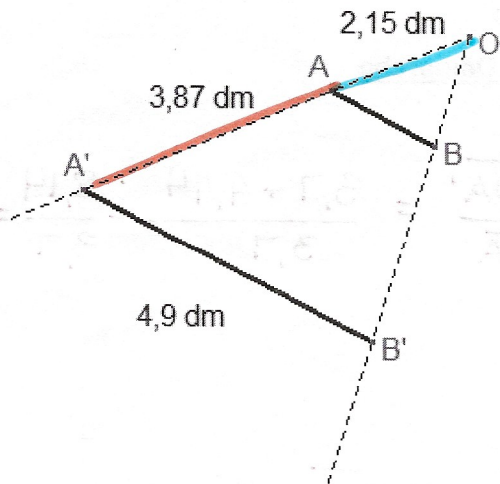
$$\frac{m\overline{E'F'}}{m\overline{EF}} = k = \frac{1,5}{m\overline{EF}} = 0,3$$

$$m\overline{EF} = 1,5 \div 0,3 = 5 \text{ cm}$$

normal que ce soit plus  
agrandissement

c)  $m\overline{AB} = \underline{1,75}$

Démarche



$$\frac{m\overline{OA'}}{m\overline{OA}} = \frac{(2,15 + 3,87)}{2,15} = \frac{6,02}{2,15} = 2,8$$

$$\begin{aligned} m\overline{AB} &= m\overline{A'B'} \div k \\ &= 4,9 \div 2,8 \\ &= 1,75 \end{aligned}$$

↳ réduction

#### Exemple 4

Plan Réel

L'échelle d'une carte routière indique 1 : 6 000 000. Sur cette carte, la distance entre deux villes est de 4 cm. Quelle distance réelle, en kilomètres, sépare ces deux villes?

$$\frac{1}{6\,000\,000} = \frac{4\text{ cm}}{?}$$

$$24\,000\,000\text{ cm}$$

$$\text{dmc } 240\text{ km}$$

## 4 Homothétie

L'homothétie est une transformation géométrique qui permet la construction d'une figure image semblable à une figure initiale (agrandissement ou réduction de figures).

Le rapport d'homothétie  $k$  est le rapport entre les mesures de la figure image et les mesures homologues de la figure initiale.

$$k = \frac{\text{mesure de la figure image (ou finale)}}{\text{mesure homologue de la figure initiale (ou de départ)}}$$

Pour trouver le rapport d'homothétie, on fait le rapport entre n'importe quelle mesure de la figure image et la mesure homologue de la figure initiale.

Pour dire si c'est un agrandis... ou une réduction:

on observe la valeur du  $k$  sans tenir compte du signe

### RAPPORT DE SIMILITUDE $k$

(rapport des longueurs)

$$k > 1$$

correspond à un agrandissement

$$0 < k < 1$$

correspond à une réduction

$$k = 1$$

les figures sont isométriques

### 3 Rapport des périmètres

Trouve le périmètre des deux figures de l'exemple 2.

Périmètre du  $\triangle ABC$  :  $5,1 + 10,2 + 14,28 = 29,48$

Périmètre du  $\triangle DEF$  :  $3 + 8,4 + 6 = 17,4$

Trouve le rapport des périmètres ( $P_{\triangle ABC} / P_{\triangle DEF}$ ) :  $29,48 / 17,4 \approx 1,7$

Que peux-tu conclure?  $K$  et le rapport des périmètres sont identiques

### 4 Rapport des aires

Trouve l'aire des deux figures de l'exemple 2.

Aire du  $\triangle ABC$  :  $A = bh/2$   $10,2 \times 5,1 / 2 = 26,01$

Aire du  $\triangle DEF$  :  $A = bh/2$   $3 \times 6 / 2 = 9$

Trouve le rapport des aires ( $A_{\triangle ABC} / A_{\triangle DEF}$ ) :  $26,01 / 9 = 2,89$

Que peux-tu conclure?  $K \neq$  rapport des aires.

$$\begin{aligned} \text{rapport des aires} &= K^2 \\ 2,89 &= 1,7^2 \end{aligned}$$

### 5 Reproduction à l'échelle

Pour trouver des mesures manquantes mettant en relation une échelle, il suffit d'établir une proportion.

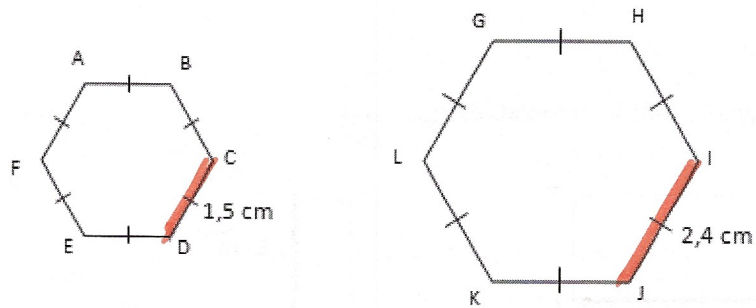
Plan  
Réalité

Cette proportion fonctionnera autant avec une échelle donnée

- par un rapport (ex : échelle 4 : 25)
- par un taux (ex : 2cm sur la carte correspond à 10m en réalité.).



### Exemple 4



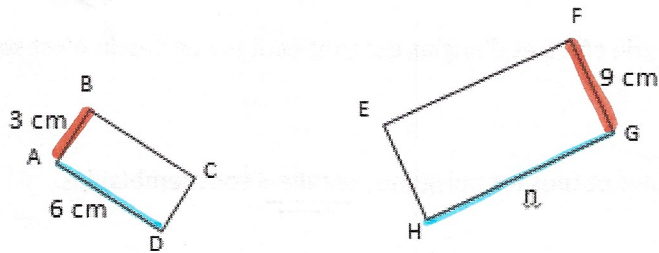
Le rapport de similitude est :

$$k = \frac{m \overline{IJ}}{m \overline{CD}} = \frac{2,4}{1,5} = 1,6 \quad \leftarrow \text{rappel pas d'unité!}$$

## 2 Calcul de mesures manquantes lorsqu'on a 2 figures semblables

### Exemple 1

Les 2 rectangles ci-dessous sont semblables. Quelle est la mesure du côté  $\overline{GH}$  ?



J'identifie les côtés homologues (avec des couleurs différentes). Voici la démarche complète pour trouver n.

$$\frac{m \overline{AB}}{m \overline{GF}} = \frac{m \overline{AD}}{m \overline{GH}}$$

$$\frac{3 \text{ cm}}{9 \text{ cm}} = \frac{6 \text{ cm}}{n}$$

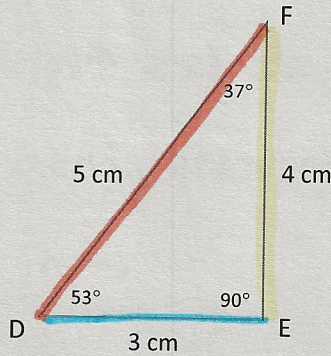
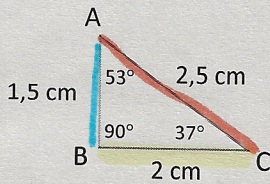
$$3 \times n = 6 \times 9$$

$$n = 9 \times 6 \div 3 = 18 \text{ cm}$$

### Exemple 1

Les triangles ABC et DEF sont-ils semblables ?

J'identifie les côtés homologues (avec des couleurs différentes).



$$\angle A \cong \angle D$$

$$\angle B \cong \angle E$$

$$\angle C \cong \angle F$$

Les angles homologues sont isométriques.

$$m\angle A = m\angle D$$

Le symbole  $\cong$  se lit « est isométrique à » et signifie que les 2 angles ont la même mesure.

$$\frac{m\overline{DE}}{m\overline{AB}} = \frac{m\overline{DF}}{m\overline{AC}} = \frac{m\overline{EF}}{m\overline{BC}}$$

$$\frac{3\text{ cm}}{1,5\text{ cm}} = \frac{5\text{ cm}}{2,5\text{ cm}} = \frac{4\text{ cm}}{2\text{ cm}}$$

$$2 = 2 = 2$$

Les mesures des côtés homologues sont proportionnelles.

Le symbole  $\sim$  se lit « est semblable à ».

Les triangles ABC et DEF sont donc semblables.

car le rapport  $k$  est le même

$$\triangle ABC \sim \triangle DEF$$

Le coefficient de proportionnalité de 2 figures semblables s'appelle le rapport de similitude et est noté «  $k$  ». Dans ce cas-ci,  $k = 2$ . Ce rapport n'a pas d'unités.

Attention : Lorsqu'on calcule les rapports, on met les mesures des côtés d'une figure au numérateur et les mesures de côtés de l'autre figure au dénominateur. Il y a donc 2 rapports de similitude possibles pour les mêmes deux figures. Dans l'exemple précédent, si on avait inversé les numérateurs et dénominateurs, on aurait obtenu

$$k = \frac{1}{2}$$